

# Light Propagation in sea depth by Vladimir I. Haltrin

Глава 2

РАСПРОСТРАНЕНИЕ СВЕТА В ТОЛЩЕ МОРЯ

В.И.Халтурин

## Введение

Корректное восстановление биооптических характеристик верхнего слоя моря возможно лишь при хорошем понимании процессов распространения, поглощения и рассеяния света в толще морской воды. Основным аппаратом расчета световых полей в море является теория переноса излучения [55, II0]. Существует большое разнообразие методов приближенного решения уравнения переноса. Однако наиболее приемлемым для нашей цели является такой метод решения, который наряду с удовлетворительной точностью дает ряд достаточно простых аналитических формул, связывающих дистанционно измеряемые величины с оптическими характеристиками верхнего слоя моря. Излагаемый ниже подход подобно всем другим приближенным методам обладает своими недостатками. Однако, как будет показано ниже, он имеет целый ряд преимуществ, делающих его достаточно удобным для применения при обработке дистанционной информации.

Большая часть известных в настоящее время аналитических методов расчета световых полей в рассеивающих средах основывается на той или иной разновидности двухпоточного приближения теории переноса излучения [45]. Простота и наглядность конечных результатов, получаемых с помощью этих методов, и, особенно, возможность использования их для решения обратных задач выгодно отличает двухпоточные теории от более точных, но го-

раздо менее удобных численных методов решения уравнения переноса.

В данной главе развивается приближенный вариант решения уравнения переноса оптического излучения в анизотропно рассеивающих средах типа морской воды. Основная идея метода - получение приближенного аналитического выражения для функции источника с последующим использованием его при решении уравнения переноса - принадлежит В.В.Соболеву [II0]. Так же как и в [II0] искомая функция источника выражается через полупространственные потоки излучения, вычисляемые в рамках двухпоточного приближения [I3I]. Однако, в отличие от [II0], уравнения двухпоточного приближения выводятся с учетом сильной анизотропии рассеяния, характерной для сред типа морской воды. Сравнение с точными численными решениями показывает, что формулы, полученные с помощью развитого в данной главе метода, точнее известных до сих пор аналитических решений, полученных в рамках двухпоточных приближений теории переноса оптического излучения.

## § I. Формулировка приближенного метода решения уравнения переноса оптического излучения в мутной среде

Будем исходить из скалярного уравнения переноса оптического излучения в слое рассеивающей и поглощающей среды толщиной  $Z_B$

$$\cos \theta \cdot \frac{\partial L(Z, \theta, \varphi)}{\partial Z} + \epsilon L(Z, \theta, \varphi) = \frac{\sigma}{4\pi} \int L(Z, \theta', \varphi') \chi(\gamma) d\omega' \quad (I)$$

где  $L(Z, \theta, \varphi)$  - спектральная плотность энергетической яркости (СПЭЯ или просто яркость) света;  $\theta$  и  $\varphi$  - зенитный и азимутальный углы направления распространения света, измеренные от положительного направления оси  $OZ$ ;  $\epsilon = \kappa + \sigma$  - показатель ослабления;  $\kappa$  - показатель поглощения, а  $\sigma$  - показатель рассеяния света;  $d\omega = \sin \theta d\theta d\varphi$  - элемент телесного угла;  $\chi(\gamma)$  - индикатриса рассеяния света на угол  $\gamma$ , который определяется из соотношения  $\cos \gamma = \mu \mu' + \sqrt{1 - \mu^2} \sqrt{1 - \mu'^2} \cos(\varphi - \varphi')$ , где  $\mu = \cos \theta$ ,  $\mu' = \cos \theta'$ , ее нормировка:  $\int \chi(\gamma) d\omega' = 4\pi$ .

Система координат здесь выбрана так, что плоскость XY совпадает с внешней границей среды, на которую падает излучение, а ось OZ направлена вглубь среды.

В анизотропно рассеивающих свет средах индикатриса  $\chi(\gamma)$  имеет ярко выраженный дифракционный пик вблизи  $\gamma = 0$ . Лучи света, рассеянные в небольшом телесном угле вблизи направления вперед ( $\gamma \cong 0$ ) образуют ореольную часть рассеянного света и практически неотличимы от нерассеявшихся лучей. Это наводит на мысль считать ореольную часть лучей совсем не рассеявшимися, т.е. устранить у индикатрисы рассеяния направленный вперед дифракционный пик [I97].

Выделим основную часть ореольных лучей представив индикатрису в виде суммы изотропной и анизотропной частей

$$\chi(\gamma) = 2B + (1-2B) \chi_\delta(\gamma) \quad (2)$$

где

$$\chi_\delta(\gamma) = [\chi(\gamma) - 2B] / (1-2B), \quad \int \chi_\delta(\gamma) d\omega' = 4\pi;$$

здесь  $B = 0,5 \int_{\pi/2}^{\pi} \chi(\gamma) \sin \gamma d\gamma$  - вероятность рассеяния в заднюю полусферу. При увеличении вытянутости индикатрисы выполняется соотношение

$$\lim \chi_\delta(\gamma) = 2\delta(1-\cos \gamma) \cong 4\pi \delta(\varphi - \varphi') \delta(\mu - \mu')$$

где  $\delta(x)$  - дельта-функция Дирака [26]. Введем индикатрису

$$\tilde{\chi}(\gamma) = 2B + 2(1-2B) \delta(1-\cos \gamma), \quad \int \tilde{\chi}(\gamma) d\omega' = 4\pi \quad (3)$$

С учетом (2) и (3) запишем (I) в виде

$$\begin{aligned} (\mu \frac{\partial}{\partial Z} + \alpha) L(Z, \mu, \varphi) &= \frac{\beta}{2\pi} \int L(Z, \mu', \varphi') d\omega' + \\ &+ \frac{\sigma}{4\pi} \int [\chi(\gamma) - \tilde{\chi}(\gamma)] L(Z, \mu', \varphi') d\omega', \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\alpha = \kappa + 2\beta$ ,  $\beta = B\sigma$  - показатель рассеяния назад.

Пусть  $L_q(\mu, \varphi)$  - яркость внешних источников при  $Z = +0$ ;  $L_s(Z, \mu, \varphi)$  - яркость рассеянной компоненты за вычетом ореольных лучей. Результирующую яркость на глубине  $Z$  в этом случае представим в виде

$$L(Z, \mu, \varphi) = L_s(Z, \mu, \varphi) + \begin{cases} L_q(\mu, \varphi) \exp(-dZ/\mu), & 0 < \mu \leq 1; \\ 0, & -1 \leq \mu \leq 0; \end{cases} \quad (5)$$

здесь  $\alpha$  имеет смысл показателя ослабления суммы прямых и ореольных лучей. При записи (5) предполагалось, что либо слой рассеивающей среды оптически толст ( $\alpha Z_B \gg 1$ ), либо его нижняя граница (дно) отражает свет по закону Ламберта. Подставляя (5) в (4), получаем уравнение для яркости рассеянного света

$$(\mu \frac{\partial}{\partial Z} + \alpha) L_s(Z, \mu, \varphi) = Q(Z, \mu, \varphi); \quad (6)$$

где

$$Q(Z, \mu, \varphi) = \frac{1}{2\pi} [\beta H_s(Z) + g(Z, \mu, \varphi)] + \Delta(Z, \mu, \varphi); \quad (7)$$

$$H_s(Z) = \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_{-1}^1 L_s(Z, \mu', \varphi') d\mu'; \quad (8)$$

- скалярная облученность диффузным светом;

$$\begin{aligned} g(Z, \mu, \varphi) &= \frac{\sigma}{2} \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^1 \chi(\gamma) L_q(\mu', \varphi') \exp(-\alpha Z/\mu') d\mu' - \\ &- 2\pi\sigma(1-2B) L_q(\mu, \varphi) \exp(-\alpha Z/\mu); \end{aligned} \quad (9)$$

$$\Delta(Z, \mu, \varphi) = \frac{\sigma}{2} \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_{-1}^1 [\chi(\gamma) - \tilde{\chi}(\gamma)] L_s(Z, \mu', \varphi') d\mu' \quad (10)$$

Уравнение (6) полностью эквивалентно уравнению (I). Будем искать его решение в виде суммы общего и частного решений

$$L_s(Z, \mu, \varphi) = L_g(Z, \mu) + L_p(Z, \mu, \varphi); \quad (11)$$

в которой общее решение дается формулой

$$L_g(Z, \mu) = A_g \exp(-\alpha Z/\mu); \quad (12)$$

где  $A_g$  - константа, определяемая граничными условиями, а частное решение выражается через функцию Грина [26] уравнения (6)

$$L_p(Z, \mu, \varphi) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(Z-Z', \mu) Q(Z', \mu, \varphi) dz'; \quad (13)$$

Функция  $G(Z, \mu)$  удовлетворяет уравнению

$$\left(\mu \frac{d}{dZ} + \alpha\right) G(Z, \mu) = \delta(Z). \quad (I4)$$

Нетрудно показать, что она имеет вид

$$G(Z, \mu) = \Theta(Z/\mu) |\mu|^{-1} \exp(-\alpha Z/\mu); \quad (I5)$$

где  $\Theta(x)$  - функция Хевисайда [26].

Для удобства вычислений введем величины

$$L_1(Z, \mu, \varphi) = \begin{cases} L_5(Z, \mu, \varphi), & \mu \geq 0; \\ 0, & \mu < 0; \end{cases} \quad L_2(Z, \eta, \varphi) = \begin{cases} 0, & \mu \geq 0; \\ L_5(Z, \eta, \varphi), & \mu = -\eta < 0; \end{cases} \quad (I6)$$

Воспользовавшись уравнениями (6)-(I6), представим решения уравнения (6) в виде

$$L_1(Z, \mu, \varphi) = A_g^{(1)} \exp(-\alpha Z/\mu) + \frac{1}{\mu} \int_0^Z Q(Z', \mu, \varphi) \exp\left[-\frac{\alpha(Z-Z')}{\mu}\right] dZ'; \quad (I7)$$

$$L_2(Z, \eta, \varphi) = A_g^{(2)} \exp(\alpha Z/\eta) + \frac{1}{\eta} \int_Z^{Z_B} Q(Z', -\eta, \varphi) \exp\left[-\frac{\alpha(Z'-Z)}{\eta}\right] dZ'; \quad (I8)$$

где константы  $A_g^{(k)}$  определяются из конкретных граничных условий.

Для отыскания окончательных решений необходимо найти функцию источника  $Q(Z, \mu, \varphi)$ . В первом приближении выразим ее с помощью двухпоточкового приближения, изложение которого дается в § 2.

В заключение параграфа отметим, что пренебрежение величиной  $\Delta(Z, \mu, \varphi)$  в (7) соответствует включению ореольных лучей в нерассеявшийся прямой световой поток. Выражение (I0) тождественно обращается в нуль в двух случаях: а) при изотропном рассеянии:  $\chi(\gamma) = I$ ,  $B = 0,5$ ; б) при предельно анизотропном рассеянии:  $\chi(\gamma) = 2\delta(1-\cos\gamma)$ ,  $B = 0$ .

Для произвольных индикатрис рассеяния  $\chi(\gamma)$  уравнение (6) в аналитическом виде не решается. Пренебрегая слагаемым  $\Delta$  по сравнению с  $\beta N_S + q$  мы сводим задачу к случаю точно решаемого изотропного рассеяния [55]. Однако получающееся при этом эллипсоидное тело яркости в глубине мутной среды недостаточно хорошо описывает экспериментальные результаты [49].

Попытаемся, отбросив  $\Delta$ , учесть его влияние на вытянутость тела яркости косвенным образом.

## § 2. Самосогласованный вариант двухпоточкового приближения в анизотропно рассеивающих средах

Будем искать решение задачи (6) в первом, двухпоточковом, приближении формально положив  $\Delta = 0$  и считая, что распределение яркости в глубине рассеивающего слоя описывается формулой [I24]  $L_1^{(1)} + L_2^{(2)} = L^\infty(\mu) \exp(-\Gamma \epsilon Z)$ , где  $L^\infty(\mu) = (1-\bar{\mu}^2)^2 (1-\bar{\mu}\mu)^{-3}$ ;

$$\bar{\mu} = 0,5 \int_{-1}^1 L^\infty(\mu) \mu d\mu, \quad \Gamma - \text{параметр глубинного режима.}$$

Аппроксимация для  $L^\infty(\mu)$  была получена нами из экспериментальных результатов работ [42, II7]. Предложенный прием имеет аналогию в механике: он соответствует замене неизвестных реальных сил известными связями [29]; силе соответствует  $\Delta$ , связи - ограничение на форму тела яркости.

Введем облученности (световые потоки)  $E_i$  и скалярные облученности  $H_i$  сверху ( $i = 1$ ) и снизу ( $i = 2$ ) формулами

$$E_i(Z) = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{a_i} L_5(Z, \mu, \varphi) \mu d\mu; \quad H_i(Z) = a_i \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{a_i} L_5(Z, \mu, \varphi) d\mu \quad (I9)$$

где  $a_i = (-I)^{i+1}$ . Средние косинусы по передней ( $\bar{\mu}_1$ ) и задней ( $\bar{\mu}_2$ ) половине распределения яркости  $L_5(Z, \mu, \varphi)$  будут

$$\bar{\mu}_i(Z) = E_i(Z)/H_i(Z), \quad i = 1, 2. \quad (20)$$

Подставляя в (I9), (20) глубинное тело яркости  $L^\infty(\mu)$ , получим

$$\bar{\mu}_i(Z) \rightarrow \bar{\mu}_i = [2 + (-1)^i \bar{\mu}]^{-1}. \quad (21)$$

Отметим, что соотношение  $\mu_1 = (2 - \bar{\mu})^{-1}$  с высокой точностью выполняется в глубине рассеивающей среды с произвольными значениями  $b$ ,  $\chi$  и  $B$  [II7], а в морских условиях - и в слое с переходным световым режимом [208].

Действуя на (6) с  $Q$  ( $\Delta = 0$ ) операторами

$$a_i \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{a_i} d\mu \dots, \quad i = 1, 2;$$

учитывая формулы (I9), (20) и заменяя средние косинусы  $\mu_i(Z)$  их значениями в глубинном режиме (21), получим [I35]

$$L_{ik}^{\wedge} E_k(Z) = f_i(Z); \quad (22)$$

где

$$L_{ik}^{\wedge} = \begin{vmatrix} \frac{d}{dz} + (2 - \bar{\mu})(\varkappa + \beta) & -(2 + \bar{\mu})\beta \\ -(2 - \bar{\mu})\beta & -\frac{d}{dz} + (2 + \bar{\mu})(\varkappa + \beta) \end{vmatrix} \quad (23)$$

$$f_1(Z) = \sigma \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 d\mu [2B - \psi(\mu)] L_q(\mu, \varphi) \exp(-\alpha Z/\mu); \quad (24)$$

$$f_2(Z) = \sigma \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 d\mu \psi(\mu) L_q(\mu, \varphi) \exp(-\alpha Z/\mu); \quad (25)$$

здесь<sup>+</sup>

$$\psi(\mu) = \frac{1}{2} \int_0^1 P(-\mu', \mu) d\mu'; \quad P(\mu, \mu') = \int_0^{2\pi} \chi(\gamma) \frac{d\varphi}{2\pi}; \quad (26)$$

по повторяющимся индексам подразумевается суммирование.

Отрицательное собственное значение системы (22) будет

$$-\alpha_{\infty} = \bar{\mu}(\varkappa + \beta) - \sqrt{4\varkappa\varepsilon(\varkappa + 2\beta) + \bar{\mu}^2\beta^2} < 0. \quad (27)$$

С другой стороны, точное собственное значение уравнения (I) (и уравнения (6)) есть

$$-\alpha_{\infty} = -\Gamma\varepsilon = -\varkappa/\bar{\mu}. \quad (28)$$

Примем условие согласования показателей ослабления света в глубинном режиме, заключающееся в эквивалентности формул (27) и (28). В этом случае мы можем найти  $\alpha_{\infty}$  и  $\bar{\mu}$  как функции параметров среды  $\varkappa$  и  $\beta$ . Решая уравнения (27) и (28) относительно  $\bar{\mu}$ , имеем

$$\bar{\mu} = \left[ 1 + 3\beta/\varkappa + \sqrt{(\beta/\varkappa)(4 + 9\beta/\varkappa)} \right]^{-1/2} \quad (29)$$

Из (28) и (29) получаем формулу для параметра глубинного режима

$$\Gamma = \left\{ (1 - \Lambda) \left[ 1 - \Lambda(1 - 3\Lambda) + \sqrt{4\Lambda(4 - 4\Lambda + 9\Lambda^2)} \right] \right\}^{1/2}; \quad (30)$$

где  $\Lambda = \sigma/\varepsilon$  - вероятность выживания фотона.

<sup>+</sup> Для частного случая индикатрисы Хенли-Гринштейна функция  $\psi(\mu)$  может быть выражена в аналитическом виде [4].

Решение уравнения (22) запишем в виде суммы общего и частного решений

$$E_i(Z) = A m_i \exp(-\alpha_{\infty} Z) + E n_i \exp(\alpha_0 Z) + \int_0^{Z_B} G_{ik}(Z - Z') f_k(Z') dZ' \quad (31)$$

где  $\alpha_0 = \sqrt{4\varkappa\varepsilon(\varkappa + 2\beta) + \bar{\mu}^2\beta^2} + \bar{\mu}(\varkappa + \beta)$  - второе собственное значение уравнения (22),  $m_1 = n_2 = 1$ ;  $m_2 = R_-$ ;  $n_1 = R_+$ ;

$$R_{\pm} = \frac{(2 \pm \bar{\mu})\beta}{(2 \mp \bar{\mu})(\varkappa + \beta) + \alpha_{\pm}} \equiv \frac{(2 \pm \bar{\mu})(\varkappa + \beta) - \alpha_{\pm}}{(2 \mp \bar{\mu})\beta}; \quad (32)$$

$\alpha_+ \equiv \alpha_0$ ;  $\alpha_- \equiv \alpha_{\infty}$ ; постоянные A и E определяются граничными условиями;  $G_{ik}(Z)$  - матрица Грина, удовлетворяющая уравнению  $L_{ik}^{\wedge} G_{kl}(Z) = \delta_{il} \delta(Z)$ , где  $\delta_{ik}$  - символ Кронекера. Нетрудно показать [126], что она имеет вид

$$G_{ik}(Z) = \begin{vmatrix} 1 & R_+ \\ R_- & R_+ R_- \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \theta(Z) e^{-\alpha_{\infty} Z} \\ 1 - R_+ R_- \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} R_+ R_- & R_+ \\ R_- & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \theta(-Z) e^{+\alpha_0 Z} \\ 1 - R_+ R_- \end{vmatrix}, \quad (33)$$

где  $\theta(Z)$  - функция Хевисайда.

Подставляя (33) в (31) и налагая граничные условия при  $Z = 0, Z_B$ :  $E_1(0) = E_0$ ;  $E_2(Z_B) = A_B [E_1(Z_B) + E_1^{\dagger}(Z_B)]$ ; где  $A_B$  - альbedo нижней границы (дна),

$$E_1^{\dagger}(Z) = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 L_q(\mu, \varphi) \exp(-\alpha Z/\mu) \mu d\mu \quad (34)$$

- поток суммы нерассеявшихся и ореольных лучей, получаем формулы для нисходящего и восходящего потоков диффузного излучения

$$E_1(Z) = [E_0 + M(Z)] e^{-\alpha_{\infty} Z} + R_+ N(Z) [e^{\alpha_0 Z} - e^{-\alpha_{\infty} Z}]; \quad (35)$$

$$E_2(Z) = R_- [E_0 + M(Z)] e^{-\alpha_{\infty} Z} + N(Z) [e^{\alpha_0 Z} - R_+ R_- e^{-\alpha_{\infty} Z}]; \quad (36)$$

где

$$M(Z) = \int_0^Z dZ' \left\{ [f_1(Z') + R_+ f_2(Z')] e^{\alpha_{\infty} Z'} - R_+ [R_- f_1(Z') + f_2(Z')] e^{-\alpha_0 Z'} \right\} (1 - R_+ R_-)^{-1}; \quad (37)$$

$$N(Z) = (A_B - R_-) (R_+ A_B)^{-1} [E_0 + M(Z_B)] e^{-\nu Z_B} + \int_Z^{Z_B} dZ' [R_- f_1(Z') + f_2(Z')] e^{-\alpha_0 Z'} (1 - R_+ R_-)^{-1} + A_B (R_+ A_B)^{-1} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 L_q(\mu, \varphi) \exp[-(\alpha_0 + \alpha/\mu) Z_B] \mu d\mu;$$

$$\Delta_B = (R_+^{-1} - A_B) + (A_B - R_-) \exp(-\nu Z_B); \quad (37a)$$

$$\nu = \alpha_o + \alpha_\infty = \beta(Z - \bar{\mu})(R_+^{-1} - R_-).$$

При чисто диффузном освещении возможны два пути решения задачи:

а) Поток прошедшего через верхнюю границу света внешних источников

$$E_q^o = E_q^f(0) = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 L_q(\mu, \varphi) \mu d\mu$$

считаем полностью диффузным и учитываем с помощью граничного условия  $E_1(0) = E_q^o$ , при этом  $f_i(z)$  полагаем равными нулю. На основании этого сделав в (35), (36) замену  $E_o = E_q^o$ ,

$$M(z) = 0; \quad N(z) = (A_B - R_-) E_q^o (R_+ \Delta_B)^{-1} \exp(-\nu Z_B), \quad \text{имеем}$$

$$E_1(z) = E_q^o \Delta_B^{-1} \left\{ (R_+^{-1} - A_B) \exp(-\alpha_\infty z) + (A_B - R_-) \exp[-\alpha_o(z_B - z) - \alpha_\infty z_B] \right\}; \quad (38)$$

$$E_2(z) = E_q^o \Delta_B^{-1} \left\{ R_+^{-1} (R_+^{-1} - A_B) \exp(-\alpha_\infty z) + R_+^{-1} (A_B - R_-) \exp[-\alpha_o(z_B - z) - \alpha_\infty z_B] \right\}. \quad (39)$$

Вычислим пропускание диффузного света слоем  $0-z$   $T(z) = E_1(z) / E_1(0)$  и коэффициент диффузного отражения (КДО)

$R(z) = E_2(z) / E_1(z)$  Воспользовавшись (38), (39) получим

$$T(z) = \frac{(R_+^{-1} - A_B) + (A_B - R_-) \exp[-\nu(Z_B - z)]}{(R_+^{-1} - A_B) + (A_B - R_-) \exp(-\nu Z_B)} \cdot \exp(-\alpha_\infty z); \quad (40)$$

$$R(z) = R_- \frac{(R_+^{-1} - A_B) + (A_B - R_-)(R_+ R_-)^{-1} \exp[-\nu(Z_B - z)]}{(R_+^{-1} - A_B) + (A_B - R_-) \exp[-\nu(Z_B - z)]} \quad (41)$$

Положив в (41)  $Z = 0$ , получаем КДО рассеивающего слоя толщиной  $Z_B$  с альбедо нижней границы  $A_B$

$$R = R_- \frac{(R_+^{-1} - A_B) + (A_B - R_-)(R_+ R_-)^{-1} \exp(-\nu Z_B)}{(R_+^{-1} - A_B) + (A_B - R_-) \exp(-\nu Z_B)} \quad (42)$$

Формула (42) обобщает так называемую формулу Гуревича-Кубелки-Мунка [171, 182], впервые полученную в 1924 г. Г.А.Гамбургцевым [28], на случай сред с сильно анизотропным рассеянием.

Пусть  $R_\infty$  - КДО оптически бесконечно толстого слоя. Пе-

реход к пределу  $\nu Z_B \rightarrow \infty$  в (42) дает  $R_\infty = R_-$ . После соответствующих выкладок имеем [124]

$$R_\infty = [(1 - \bar{\mu}) / (1 + \bar{\mu})]^2; \quad (43)$$

где  $\bar{\mu}$  дается формулой (29). При  $\beta/\alpha \rightarrow 0$

$$R_\infty = \frac{\beta}{4\alpha} \left( 1 + \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} - \frac{\beta}{\alpha} \right), \quad \frac{\beta}{\alpha} \ll 1, \quad (44)$$

а для сред с малым истинным поглощением

$$R_\infty = \left( 1 - 2\sqrt{\frac{\alpha}{6\beta}} \right) / \left( 1 + 2\sqrt{\frac{\alpha}{6\beta}} \right), \quad \frac{\alpha}{\beta} \ll 1. \quad (45)$$

В случае изотропного рассеяния выражение (45) совпадает с асимптотически верной формулой работы [164].

Для решения обратных задач спектроскопии рассеивающих сред необходимо иметь соотношение, выражающее отношение показателя поглощения  $\kappa$  к показателю рассеяния назад  $\beta$  через экспериментально измеряемую величину  $R_\infty$ . Воспользовавшись (43) и (29), получим

$$\alpha/\beta = \Phi_H(R_\infty), \quad \Phi_H(R_\infty) = (1 - \sqrt{R_\infty})^2 (1 + 4\sqrt{R_\infty} + R_\infty) / (4R_\infty). \quad (46)$$

Функция  $\Phi_H(R_\infty)$  точнее [124] функции Кубелки-Мунка [182]

$$\Phi_K(R_\infty) = (1 - R_\infty)^2 / (2R_\infty), \quad \text{особенно при малых значениях}$$

$R_\infty$ , характерных для океанских акваторий.

б) Рассмотрев условия отражения и пропускания света верхней границей [32, 181, 194], определяем угловое распределение яркости, создаваемой внешними источниками. Распределение

$L_q(\theta, \varphi)$  полностью сосредоточено внутри конуса с раствором

$$\theta_f = \arccos \sqrt{1 - 1/n^2} \quad \text{относительно оси } OZ \text{ (см. рис. I),}$$

где  $\theta_f$  - угол полного внутреннего отражения, а  $n$  - показатель преломления рассеивающей среды (для воды  $n = 1,341$ ).

По формулам (24), (25) находим функции источника  $f_i$ , а выражения (35), (36), в которых  $E_o = 0$  (в силу граничного условия

$E_1(0) = 0$ ), дают решение задачи. Этот подход пригоден и для случая комбинированного освещения поверхности направленным и диффузным светом.

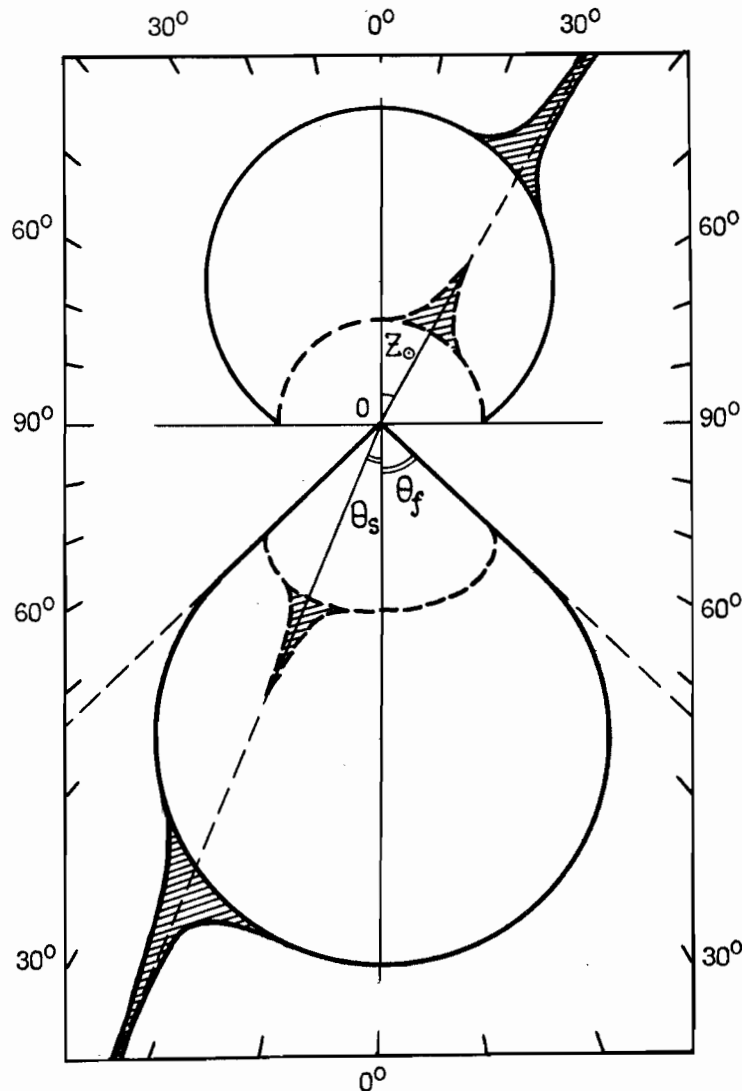


Рис. I. Распределение яркости падающего и вошедшего в воду света. Поверхность раздела воздух-вода плоская;  $\theta_f$  - угол полного внутреннего отражения.

Комментарий к рис. I:

а) Случай сплошной облачности (отбросить заштрихованные области). Верхняя половина рисунка - яркость небосвода при изотропном (штриховая линия) и кардиоидном (сплошная линия) освещении. В нижней половине рисунка - яркость вошедшего в воду света.

б) Случай комбинированного освещения светом небосвода и прямыми солнечными лучами. Видны дельтаобразные выбросы в распределениях падающей и вошедшей в воду компоненты излучения Солнца (заштрихованные области);  $Z_0$  - зенитное расстояние Солнца,  $\theta_s$  - угол вхождения прямых солнечных лучей в воду.

При учете волнения (см. § 7) показанные на рисунке распределения яркости вошедшего в воду света несколько размоются, но внешний вид этих распределений сохранится.

Нетрудно показать, что для случая произвольного освещения верхней границы оптически бесконечно толстого слоя коэффициент диффузного отражения дается формулой [135]

$$R = (1 - \bar{\mu})^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 \left[ 1 + \frac{2\bar{\mu}}{1 + \bar{\mu}^2} \cdot \frac{\psi(\mu) - B}{B} \right] \frac{\mathcal{J}(\mu, \varphi) \mu d\mu}{1 + \mu\bar{\mu}(4 - \bar{\mu}^2)}; \quad (47)$$

где  $\mathcal{J}(\mu, \varphi) = L_q(\mu, \varphi) / E_q^0$  - нормированное распределение яркости прошедшего через верхнюю границу света.

При коллимированном освещении в направлении  $(\mu_s, \varphi_s)$  нормированная яркость есть  $\mathcal{J}_s(\mu, \varphi) = \mu_s^{-1} \delta(\varphi - \varphi_s) \delta(\mu - \mu_s)$ . Подставляя  $\mathcal{J}_s$  в (47), получим

$$R_s = \frac{(1 - \bar{\mu})^2}{1 + \mu_s \bar{\mu} (4 - \bar{\mu}^2)} \left[ 1 + \frac{2\bar{\mu}}{1 + \bar{\mu}^2} \frac{\psi(\mu_s) - B}{B} \right]. \quad (48)$$

Частный случай формулы (47) для случая комбинированного освещения поверхности моря прямыми солнечными лучами и диффузным светом небосвода рассмотрен в § 6.

$$X = \frac{(1 - \bar{\mu}^2)^2}{1 + \bar{\mu}^2(4 - \bar{\mu}^2)} = \frac{6B}{1 + 6B} = y$$

§ 3. Угловое распределение светового поля в рассеивающей среде. Индекс преломления.

Воспользовавшись результатами § 1 и § 2, получим угловое распределение светового поля в однородном океане конечной глубины. Для простоты ограничимся случаем диффузного освещения поверхности моря и закона рассеяния, изотропного в задней полусфере (то есть  $\psi(\mu) = B$ ). Полагая в (18)  $g = 0$ ;  $\Delta = 0$ ;

$H_5(z) = (2 - \bar{\mu}) E_1(z) + (2 + \bar{\mu}) E_2(z)$ , получим для функции источника  $Q$ :

$$Q(z) = \frac{\beta}{2\pi} [(2 - \bar{\mu}) E_1(z) + (2 + \bar{\mu}) E_2(z)]. \quad (49)$$

Подставляя (49) в (17) и (18), получим

$$L_1(z, \mu) = A_g^{(1)} \exp(-\alpha z / \mu) + \frac{\beta}{2\pi\mu} \int_0^z [(2 - \bar{\mu}) E_1(z') + (2 + \bar{\mu}) E_2(z')] e^{-\frac{\alpha(z-z')}{\mu}} dz'; \quad (50)$$

$$L_2(z, \mu) = A_g^{(2)} \exp(\alpha z / \eta) + \frac{\beta}{2\pi\eta} \int_z^{z_B} [(2 - \bar{\mu}) E_1(z') + (2 + \bar{\mu}) E_2(z')] e^{-\frac{\alpha(z'-z)}{\eta}} dz'. \quad (51)$$

На основании граничных условий

$$2\pi \int_0^1 L_1(0, \mu) \mu d\mu = E_q^0; \quad (52)$$

$$2\pi \int_0^1 L_2(z_B, \eta) \eta d\eta = A_B \cdot 2\pi \int_0^1 L_1(z_B, \mu) \mu d\mu.$$

Имеем

$$A_g^{(1)} = E_q^0 / \pi \quad (53)$$

$$A_g^{(2)} = A_B E_q^0 \left[ \pi \int_0^1 \exp\left(\frac{\alpha z_B}{\eta}\right) \eta d\eta \right]^{-1} \left\{ \int_0^1 \exp\left(-\frac{\alpha z_B}{\mu}\right) \mu d\mu + \frac{\beta}{2\mu E_q^0} \int_0^{z_B} dz' [(2 - \bar{\mu}) E_1(z') + (2 + \bar{\mu}) E_2(z')] \int_0^1 \exp\left[-\frac{\alpha(z_B - z')}{\mu}\right] \mu d\mu \right\} \quad (54)$$

причем облученности  $E_1$  и  $E_2$  даются формулами (38), (39).

Далее ограничимся случаем оптически бесконечно плотного слоя  $\alpha z_B \rightarrow \infty$ . Тогда

$$A_g^{(1)} = E_q^0 / \pi; \quad A_g^{(2)} = 0; \quad (55)$$

$$E_1(z) = E_q^0 \exp(-\alpha_\infty z); \quad E_2(z) = R_\infty E_q^0 \exp(-\alpha_\infty z); \quad (56)$$

Подставляя (55) и (56) в (50) и (51), получим

$$L_1(z, \mu) = \frac{E_q^0}{\pi} \left[ e^{-\frac{\alpha z}{\mu}} + \frac{\beta(2 - \bar{\mu})(1 + R_\infty)}{2(\alpha - \alpha_\infty \mu)} \left( e^{-\alpha_\infty z} - e^{-\frac{\alpha z}{\mu}} \right) \right]; \quad (57)$$

$$L_2(z, \mu) = \frac{E_q^0}{\pi} \cdot \frac{\beta(2 - \bar{\mu})(1 + R_\infty)}{2(\alpha + \alpha_\infty \eta)} \exp(-\alpha_\infty z); \quad (58)$$

здесь

$$R_\infty \equiv R_+ = H_2 / H_1 = [(2 + \bar{\mu}) / (2 - \bar{\mu})] R_\infty. \quad (59)$$

Формулам (57) и (58) соответствует следующее угловое распределение яркости

$$L_s(z, \theta) = \frac{E_q^0 (1 - \bar{\mu})^2 \exp(-\alpha_\infty z)}{\pi [1 + \bar{\mu}^2 - \bar{\mu}(3 - \bar{\mu}^2) \cos \theta]} + \begin{cases} L_s^0(\bar{\mu}, \theta) e^{-\alpha z \sec \theta}, & 0 \leq \theta < \frac{\pi}{2} \\ 0, & \frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi \end{cases} \quad (60)$$

$$L_s^0(\bar{\mu}, \theta) = (E_q^0 / \pi) \bar{\mu} [2 - (3 - \bar{\mu}^2) \cos \theta] / [1 + \bar{\mu}^2 - \bar{\mu}(3 - \bar{\mu}^2) \cos \theta]$$

Выражение (60) позволяет вычислить коэффициент яркости (КЯ) оптически бесконечно толстой рассеивающей толщи при диффузном освещении, который определим соотношением

$$\rho_w(\eta) = \pi L(0, \eta) / E_q^0 \quad (61)$$

(В случае диффузного освещения в рамках варианта, рассматриваемого в этом параграфе,  $L(0, \eta) \equiv L_2(0, \eta)$ ). Отсюда

$$\rho_w(\eta) = (1 - \bar{\mu})^2 / [1 + \bar{\mu}^2 + \eta \bar{\mu} (3 - \bar{\mu}^2)]. \quad (62)$$

Здесь  $\eta = \cos \theta_v$  - косинус угла наблюдения, измеряемого от вертикали к поверхности рассеивающей среды.

Коэффициент яркости моря, учитывающий влияние поверхности раздела вода-воздух, по определению [33] равен

$$\rho_M(\theta_v) = L_M(-0, \theta_v) / L_0; \quad (63)$$

где  $L_M(-0, \theta_v) = T_U L(+0, \theta_v)$  - яркость внутреннего света моря, выходящего под зенитным углом  $\theta_v$ ;  $T_U$  - пропускание поверхностью раздела света, выходящего из воды в воздух. Зенитный угол  $\theta_v$  определяется из закона Снеллиуса:  $n \sin \theta_v = \sin \theta$ , откуда

$\cos \theta_v = \sqrt{1 - \sin^2 \theta / n^2}$ . Яркость плоского ламбертовского отражателя с альбедо, равным единице, помещенного горизонтально у поверхности моря, связана с  $E_q^0$  формулой  $L_o = E_q^0 / \pi T_d$  где  $T_d$  - пропускание границей воздух-вода суммарного светового потока, входящего в воду. Комбинируя эти формулы и учитывая определение (61) КЯ  $\rho_M$ , получим выражение для коэффициента яркости моря

$$\rho_M(\theta_v) = T_u T_d \rho_w(\theta); \quad \rho_w(\theta) = \frac{(1 - \bar{\mu})^2}{1 + \bar{\mu}^2 + \bar{\mu}(3 - \bar{\mu}^2)\sqrt{1 - \sin^2 \theta / n^2}}; \quad (64)$$

которое может быть использовано при обработке результатов дистанционных измерений яркости моря при углах, отличающихся от надира.

Для наблюдения в надир имеем

$$\rho_M \equiv \rho_M(0) = T_u T_d R_\infty / [1 + \sqrt{R_\infty} (1 - \sqrt{R_\infty}) / (1 + \sqrt{R_\infty})]. \quad (65)$$

Формула (65) дает связь между КЯ, измеряемым в надир, и КДО моря  $R_\infty$ .

Сопоставляя определение коэффициента диффузного отражения всей рассеивающей толщи  $R_w$  и КЯ рассеивающей среды  $\rho_w$ , имеем

$$R_w = E_2(0) / E_1(0) = 2\pi \int_0^1 L_2(0, \eta) \eta d\eta / E_q^0 = 2 \int_0^1 \rho_w(\eta) \eta d\eta \quad (66)$$

Воспользовавшись формулой (62), получим [142]

$$R_w = \frac{2(1 - \bar{\mu})^2}{\bar{\mu}(3 - \bar{\mu}^2)} \left\{ 1 - \frac{1 + \bar{\mu}^2}{\bar{\mu}(3 - \bar{\mu}^2)} \ln \left[ 1 + \frac{\bar{\mu}(3 - \bar{\mu}^2)}{1 + \bar{\mu}^2} \right] \right\} \quad (67)$$

В пределах малых и больших значений  $\beta/\kappa$  формула (67) может быть представлена как

$$R_w = \begin{cases} (1 - \ln 2) \frac{\beta}{\kappa} \left[ 1 + \frac{2 \ln 2 - 1}{2 - 2 \ln 2} \sqrt{\frac{\beta}{\kappa}} \right], & \frac{\beta}{\kappa} \ll 1 \\ 1 - 4 \sqrt{\frac{\kappa}{3\beta}}, & \frac{\kappa}{\beta} \ll 1 \end{cases} \quad (68)$$

Итак, мы видим, что выражение (67) отличается от формулы (43) для КДО полубесконечного слоя  $R_\infty$ , полученной с помощью двухпоточкового приближения. Формула (43) соответствует постулированному телу яркости  $L^\infty \sim (1 - \bar{\mu}\mu)^{-3}$ , принятому в

качестве "связи". Формула (67) является следующим после (43) приближением и связана с распределением яркости (60). Обе формулы дают достаточно близкие друг к другу значения КДО. Это связано с тем, что угловое распределение яркости в задней полусфере, определяющее восходящий световой поток, соответствует кратностям рассеяния высокого порядка [144], вклад которых уже достаточно полно учтен распределением  $L^\infty(\mu)$ .

Разрешая формулу (65) относительно  $R_\infty$ , выразим КДО океана через коэффициент яркости  $\rho_w = \rho_M / T_d T_u$ :

$$R_\infty = \left\{ 2 b \cos \left[ \frac{1}{3} \arccos \left( \frac{a}{b^3} \right) \right] - (1 - \rho_w) \right\}^2 / 9; \quad (69)$$

где  $b = \sqrt{1 + 8 \rho_w + \rho_w^2}$ ;  $a = \rho_w [1.5 - 12 \rho_w - \rho_w^2] - 1$ .

Для определения отношения  $\kappa/\beta$  далее пользуемся формулой (46).

Индекс цвета.

В практике натуральных гидрооптических исследований большую роль играет индекс цвета  $\mathcal{J}$  [41, 92, 93, 96] или отношение яркостей восходящего из моря излучения на глубине  $Z_0$  при двух длинах волн  $\lambda_2$  и  $\lambda_1$ :  $\mathcal{J} = L_2(\lambda_2, Z_0) / L_2(\lambda_1, Z_0)$ . В соответствии с формулами (58), (59) индекс цвета (ИЦ) может быть записан в виде

$$\mathcal{J}(Z_0) = \frac{E_2}{E_1} \left( \frac{1 - \mu_2}{1 - \mu_1} \right)^2 \frac{1 + \mu_1^2 + \mu_1(3 - \mu_1^2)}{1 + \mu_2^2 + \mu_2(3 - \mu_2^2)} \exp \left[ \left( \frac{\kappa_1}{\mu_1} - \frac{\kappa_2}{\mu_2} \right) Z_0 \right]; \quad (70)$$

где  $\kappa_i \equiv \kappa(\lambda_i)$ ;  $\mu_i \equiv \bar{\mu}(\lambda_i)$ ;  $E_i \equiv E_q^0(\lambda_i)$ ;  $i = 1, 2$ .

Формула (70) использовалась в работе [139] для нахождения связей между концентрациями взвешенных и растворенных в морской воде веществ.

Точность приближения.

Точность приближенного решения уравнения переноса (6) определяется погрешностями вычисления функции источника (7), которая выражается через восходящий и нисходящий световые потоки  $E_1$  и  $E_2$ , функции  $g$  и  $\Delta$ . Следовательно, для оценки погрешностей приближения достаточно оценить точность двухпоточкового приближения, изложенного в § 2.

Для этого сравним значения коэффициентов диффузного отра-



жения  $R_\infty$  и  $R_w$ , полученных выше (см. формулы (43) и (67)) с некоторыми широко используемыми формулами для КДО оптически бесконечно толстого рассеивающего слоя:

$$R_K = [\alpha + \beta - \sqrt{\alpha(\alpha + 2\beta)}] / \beta; \quad (71)$$

(Гамбургцев [28], Гуревич [171], Кубелка и Мунк [182], Нойгебауэр [191], Йозеф [178], Козлянинов и Пелевин [59] и др.);

$$R_r = \beta / [4(\alpha + \beta)] \approx x / 4; \quad (72)$$

(Голубицкий, Левин и Танташев [35]), где

$$x = \beta / (\alpha + \beta) = (1 - \bar{\mu}^2) / (1 + 4\bar{\mu}^2 - \bar{\mu}^4); \quad (73)$$

$$R_M = 0,33 \beta / \alpha \approx 0,33 x / (1 - x); \quad (74)$$

(Мораль и Приер [189]);

$$R_\Lambda = 0,31 \beta / (\alpha + \beta) \approx 0,31 x; \quad (75)$$

(Голубицкий и Левин [36]).

В качестве критерия точности используем формулы Гордона, Брауна и Джекобса [165], полученные ими аппроксимацией значений КДО, рассчитанных методом Монте-Карло:

$$R_B = 0,0001 + 0,3244x + 0,1425x^2 + 0,1308x^3; \quad (76)$$

$$R_G = 0,0003 + 0,3687x + 0,1802x^2 + 0,0740x^3; \quad (77)$$

Формулы справедливы для  $0,05 \leq x \leq 0,5$ ; разложение (76) получено для случая освещения поверхности океана прямым солнечным светом, падающим в надир, а формула (77) - для случая полностью диффузного освещения.

Рис.2 иллюстрирует точность формул (43) и (67) по сравнению с широко используемыми формулами (71), (72), (74) и (75). Для большей наглядности на рисунке изображены отношения  $R/x$ , где  $R$  рассчитано по приведенным выше формулам. Зачерненные квадратики соответствуют экспериментальным данным В.А.Тимофеевой [116]. Видно, что выражения (43), (67) гораздо точнее формул Гамбургцева-Гуревича-Кубелки-Мунка (71), Голубицкого и

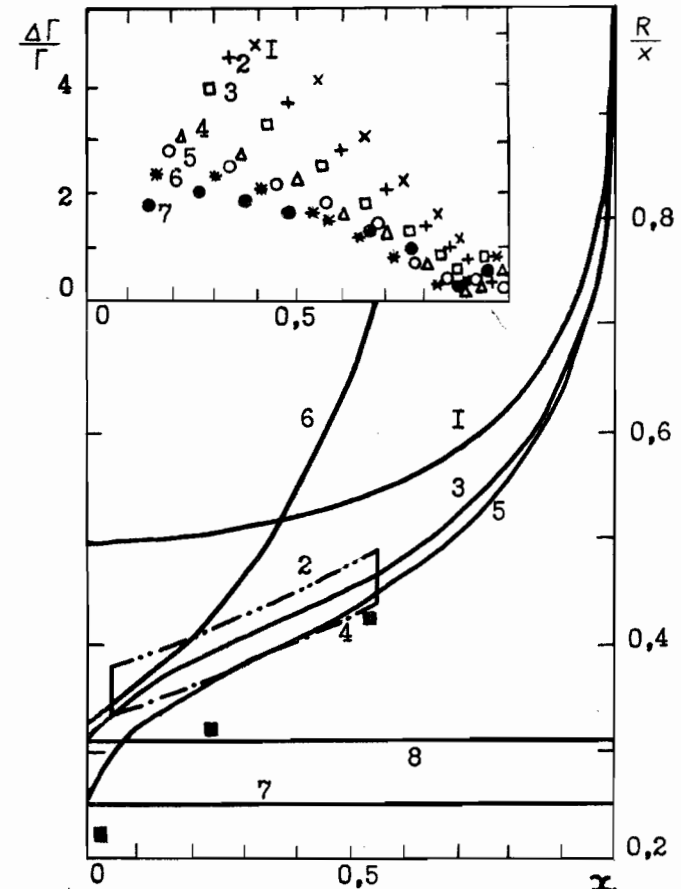


Рис.2. Зависимость отношения КДО  $R$  к параметру  $x$  как функция этого параметра. Кривые соответствуют следующим приближениям для  $R$ :  $R_K$  (1);  $R_G$  (2);  $R_w$  (3);  $R_B$  (4);  $R_\infty$  (5);  $R_M$  (6);  $R_r$  (7);  $R_\Lambda$  (8). Квадратики - данные В.А.Тимофеевой [116].

На врезке: Относительная погрешность вычисления параметра  $\Gamma$  в % по формуле (30) как функция вероятности выживания фотона  $\Lambda$ . Значки соответствуют следующим значениям вероятности рассеяния назад  $B$ : 0,25(1); 0,2(2); 0,15(3); 0,1(4); 0,075(5); 0,05(6) и 0,025(7). При оценке  $\Delta\Gamma/\Gamma$  использовались численные данные работ [46, 78].

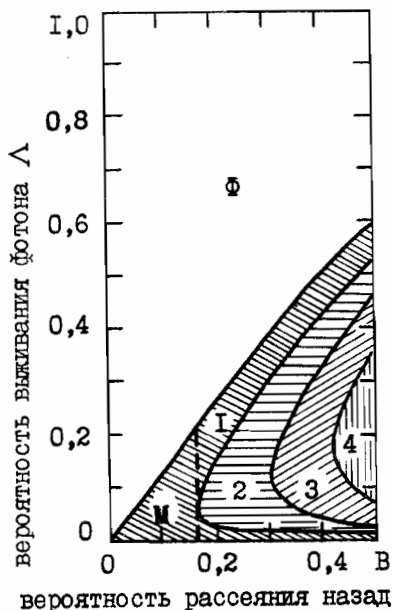


Рис.3. Диаграмма  $\Lambda - V$ , иллюстрирующая наличие нефизической области значений параметра  $\Gamma$ , вычисленного по формуле (30) (заштрихованные области). Цифры и буквы означают следующие диапазоны изменения  $\Gamma$ :  $\Phi(0-I$ , физическая область);  $I, M(I-I,05)$ ;  $2(I,05-I,10)$ ;  $3(I,10-I,15)$ ;  $4(I,15-I,18)$ .  $M$  - область возможных для морской воды значений  $V$ , в которой  $I \leq \Gamma \leq I,05$ .

и др. (72), (75). Формула Мореля и Приера может быть использована лишь при  $x \leq 0,2$ . Таким образом, полученные в рамках изложенного выше приближения формулы (43), (67) следует признать гораздо более точными по сравнению с известными ранее формулами. Во многих случаях выражения (43), (67) гораздо удобнее формул (76), (77), так как они могут быть использованы для сред с любыми значениями  $\varepsilon$  и  $\beta$ .

В работе [124] показано, что для морских вод максимальная погрешность формулы (30) для  $\Gamma$  составляет 5%, причем для сред с сильно вытянутой вперед индикатрисой она уменьшается до 1% (см. врезку рис.2). Однако необходимо отметить, что при

$$V \gg \Lambda (1 - \Lambda/2)^2 / [(1 - \Lambda)(1 + \Lambda - \Lambda^2/2)]; \quad (78)$$

параметр глубинного режима  $\Gamma$ , вычисленный по формуле (30) принимает нефизические значения  $\Gamma \geq I$  (см. рис.3). Однако этот факт можно считать несущественным, поскольку для морских вод такие значения  $\Gamma$  появляются лишь при значениях  $\beta/\varepsilon$ , соответствующих очень чистым водам в несущественной для дистанционного зондирования длинноволновой области. При этом упомянутая выше

оценка точности  $\Gamma$  сохраняет силу.

#### § 4. Коэффициент диффузного отражения стратифицированного океана

В параграфах I-3 рассматривалось световое поле в однородном по глубине океане. Однако реальные морские и океанские воды практически никогда не бывают однородными. Оптические свойства естественных вод всегда стратифицированы по глубине, причем стратификация меняется в зависимости от района, времени года и гидрометеорообстановки. В связи с этим представляет интерес получить пригодные для практического использования выражения для КДО моря с произвольным изменением оптических характеристик по глубине.

При выводе системы уравнений (22) не делалось предположений о постоянстве величин  $\varepsilon$  и  $\beta$ . Предполагая возможность существования локального глубинного режима [208], характеризуемого телом яркости  $\sim (1 - \bar{\mu})^{-3}$  с параметром  $\bar{\mu}$ , меняющимся с глубиной, будем считать (внося при этом некоторую дополнительную ошибку), что система уравнений (22) справедлива для неоднородного стратифицированного океана.

Пусть  $T(z)$  - пропускание слоя воды, заключенного между поверхностью моря и горизонтом  $z$ ;  $R(z)$  - КДО слоя океана, заключенного между горизонтом  $z$  и дном. В этом случае потоки  $E_i(z)$  можно записать как

$$E_1(z) = E_0^0 T(z); \quad E_2(z) = R(z) E_1(z) = E_0^0 R(z) T(z). \quad (79)$$

Подставляя (79) в (22) и проделав несложные преобразования, получим уравнение для  $R(z)$  [127, 128]

$$\frac{dR(z)}{dz} - 4[\varepsilon(z) + \beta(z)]R(z) = -\beta(z)\{2 - \bar{\mu}(z) + R^2(z)[2 + \bar{\mu}(z)]\} \quad (80)$$

Уравнение (80) принадлежит к типу уравнений Риккати и для произвольных функциональных зависимостей  $\beta$  и  $\varepsilon$  в аналитическом виде не решается.

Для однородного оптически глубокого океана  $dR/dz = 0$  и физическим решением уравнения (80) будет  $R = R_\infty$ , где  $R_\infty$  дается формулами (43), (29). Уравнение (80) имеет также точное

решение (41) для однородного океана конечной глубины.

Получим приближенное решение уравнения (80) для неоднородного моря. Для всех открытых акваторий Мирового океана  $\bar{\mu} \leq 1$ ,  $R^2(z) \leq 5 \cdot 10^{-5} \ll 1$  и вторым слагаемым в фигурных скобках правой части (80) можно пренебречь. Введя новую переменную

$$x(z) = 4 \int_z^{z_B} \alpha(z') dz' \quad \text{получаем линейное уравнение для определения } R$$

$$dR(x)/dx + R(x) = R_\infty(x) \quad (81)$$

где, согласно (44),  $R_\infty(x) = [\beta(x)/4\alpha(x)] [1 + \sqrt{\beta(x)/\alpha(x)}]$  (здесь мы пренебрегли членами порядка  $R_0^2$  и  $R_\infty^2$ ). Решение уравнения (81) запишем в виде суммы частного и общего решений:

$R = R_p + R_g$ , где  $R_g = \text{const} \exp(-x)$ , а частное решение записывается через функцию Грина  $G(x)$  уравнения (81):

$$R_p(x) = \int G(x-x') R_\infty(x') dx', \quad \text{где } G(x) = \Theta(x) \exp(-x)$$

есть решение уравнения (81) с правой частью, равной дельта-функции Дирака, а  $\Theta(x)$  - функция Хевисайда.

Пусть  $A_B$  - альbedo дна, отражающего свет по закону Ламберта. Тогда граничное условие для  $R(x)$  при  $Z = Z_B$  запишется как  $R(x [Z = Z_B]) = A_B$ . Возвращаясь к переменной  $Z$ , получаем решение уравнения (81)

$$R(z) = \int_z^{z_B} \beta(z') [1 + \sqrt{\beta(z')/\alpha(z')}] \exp[-4 \int_z^{z'} \alpha(z'') dz''] dz' + A_B \exp[-4 \int_z^{z_B} \alpha(z') dz']; \quad (82)$$

определяющее КДО стратифицированного по глубине слоя океана, заключенного между горизонтом  $Z$  и дном. Полагая  $Z = 0$ , получаем формулу для КДО неоднородного океана глубиной  $Z_B$

$$R = \int_0^{z_B} \beta(z') [1 + \sqrt{\beta(z')/\alpha(z')}] \exp[-4 \int_0^{z'} \alpha(z'') dz''] dz' + A_B \exp[-4 \int_0^{z_B} \alpha(z') dz']; \quad (83)$$

Точность выражения (83) оценена в работе [127]. Для  $\Lambda \leq 0,85$ ;  $\beta/\alpha \leq 0,1$  относительная ошибка вычисления  $R$  по формулам (82), (83) не превышает 15%, а для большинства чистых

океанских вод, в которых  $\Lambda$  редко бывает больше 0,6, погрешность вычисления по предложенным в параграфе формулам будет не более 10%.

## § 5. Оптические свойства морских вод

С оптической точки зрения морская вода представляет собой поглощающую и рассеивающую свет среду [41, 63, 69, 148]. Световая энергия, распространяющаяся в морской воде, поглощается как молекулами воды, так и растворенным и взвешенным в ней веществом. При этом одновременно происходит рассеяние на флуктуациях плотности морской воды и частицах взвешенного в ней вещества, то есть на частицах фитопланктона (живого и отмершего) и частицах терригенного происхождения. Основная часть поглощенной энергии преобразуется в тепловую, часть затрачивается на фотосинтез, но некоторая ее доля при определенных условиях излучается обратно в виде флуоресценции. Процесс рассеяния происходит без потери энергии, изменяется лишь направление рассеянных лучей.

В настоящее время общепринято считать поглощающими свет примесями пигменты фитопланктона (хлорофилл-"а" + феофитин), содержащиеся в живых клетках микроскопических водорослей [63, 153], и так называемое "желтое вещество" [64, 179], имеющее двойное происхождение: часть его - это продукт разложения отмерших клеток фитопланктона, другая его часть попала в море вместе с выносами рек. Под действием солнечного ультрафиолета желтое вещество в верхних слоях моря разлагается на непоглощающие свет продукты [40].

Рассеивающие свет частицы в открытых районах морей и океанов можно рассматривать как совокупность крупной и мелкой фракций взвеси [63]. Крупная фракция - это живые и отмершие клетки фитопланктона, мелкая фракция - это более тяжелые частицы терригенного происхождения. В открытых районах моря особенно велика доля крупной фракции.

В некоторых работах [186, 198] предполагается, что наряду с вышеперечисленными компонентами в морской воде содержится некое неизвестное поглощающее вещество. Однако появление этого "вещества" можно объяснить эффектом использования грубых

формул в обратной задаче обработки экспериментального материала.

Спектральные зависимости оптических характеристик морской воды согласно работам [41, 69] определим через содержание взвешенных и растворенных в морской воде веществ: концентрацию пигментов фитопланктона  $C_x$  (мг/м<sup>3</sup>); желтого вещества  $C_y$  (в относительных единицах); частиц взвеси  $C_p$  (г/м<sup>3</sup> или мг/л) и параметр  $\eta$ , определяющий фракционный состав взвеси.

Показатель поглощения представим в виде суммы показателей поглощения чистой морской водой  $\kappa_w(\lambda)$ , пигментами фитопланктона  $\kappa_x(\lambda)$  и растворенным органическим желтым веществом  $\kappa_y(\lambda)$  [69, 148]

$$\kappa(\lambda) = \kappa_w(\lambda) + \kappa_x^0(\lambda) C_x + \kappa_y^0(\lambda) C_y ; \quad (84)$$

где  $\kappa_x^0(\lambda)$  - удельный показатель поглощения пигментами фитопланктона в м<sup>2</sup>/мг;  $\kappa_y^0(\lambda)$  - удельный показатель поглощения желтым веществом в м<sup>-1</sup>. Безразмерные единицы концентрации желтого вещества выбраны так, чтобы водам средней продуктивности соответствовало значение  $C_y = 1$ . Величины  $\kappa_w$ ,  $\kappa_x^0$  как функции длины световой волны  $\lambda$  приводятся в табл. I (см. также рис. 4);  $\kappa_y^0$  может быть выражено в виде [41]

$$\kappa_y^0(\lambda) = 0,1 \exp [0,015 (400 - \lambda)] ; \quad (85)$$

Таблица I. Показатель поглощения чистой водой  $\kappa_w$  [204] и удельный показатель поглощения пигментами фитопланктона  $\kappa_x^0$  [214].

$\lambda$ нм	$\kappa_w$ м <sup>-1</sup>	$\kappa_x^0$ м <sup>2</sup> /мг	$\lambda$ нм	$\kappa_w$ м <sup>-1</sup>	$\kappa_x^0$ м <sup>2</sup> /мг	$\lambda$ нм	$\kappa_w$ м <sup>-1</sup>	$\kappa_x^0$ м <sup>2</sup> /мг
380	0,0267	0,042	490	0,0212	0,044	600	0,245	0,007
390	0,0233	0,046	500	0,0271	0,025	610	0,290	0,007
400	0,0209	0,051	510	0,0370	0,017	620	0,310	0,007
410	0,0196	0,060	520	0,0489	0,012	630	0,320	0,009
420	0,0184	0,074	530	0,0519	0,009	640	0,330	0,009
430	0,0172	0,080	540	0,0568	0,007	650	0,350	0,008
440	0,0170	0,097	550	0,0648	0,006	660	0,400	0,014
450	0,0168	0,087	560	0,0717	0,006	670	0,430	0,041
460	0,0176	0,074	570	0,0807	0,006	680	0,450	0,017
470	0,0175	0,060	580	0,109	0,007	690	0,500	0,008
480	0,0194	0,058	590	0,158	0,007	700	0,650	0,004

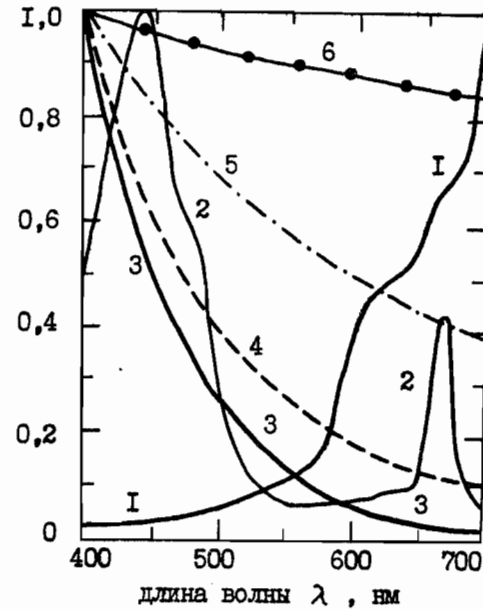


Рис. 4. Нормированные на максимум спектральные зависимости показателей поглощения и рассеяния морской воды: 1 - показатель поглощения чистой морской воды  $\kappa_w$  [204]; 2 - удельный показатель поглощения пигментами фитопланктона  $\kappa_x^0$  [214]; 3 - удельный показатель поглощения желтым веществом  $\kappa_y^0$  [41]; 4 - показатель рассеяния чистой водой  $\sigma_w$  [189]; 5 - удельный показатель рассеяния мелкой терригенной взвеси [64, 65]; 6 - удельный показатель рассеяния крупной органической взвеси [64, 65].

Показатель рассеяния складывается из показателя рассеяния чистой морской водой  $\sigma_w(\lambda)$  и показателя рассеяния частицами гидрозоль  $\sigma_p(\lambda, \eta, C_p)$

$$\sigma(\lambda) = \sigma_w(\lambda) + \sigma_p^0(\lambda, \eta) C_p ; \quad (86)$$

здесь  $\sigma_p^0(\lambda, \eta)$  - удельный показатель рассеяния частицами в м<sup>2</sup>/г. Их можно представить в аналитическом виде [63, 189]

$$\sigma_w(\lambda) = 5,826 \cdot 10^{-3} (400/\lambda)^{4,322} ; \quad (87)$$

$$\sigma_p^0(\lambda, \eta) = \left[ \frac{61055}{\lambda^{1,7}} \eta + \frac{2,0581}{\lambda^{0,3}} (1-\eta) \right] \frac{1}{(1+\eta)} ; \quad (88)$$

где  $\eta = v_m / (v_m + v_k)$ ;  $v_m$  и  $v_k$ , соответственно, объемные концентрации мелкой и крупной взвеси в см<sup>3</sup>/м<sup>3</sup>. Суммарная концентрация взвеси может быть представлена в виде  $C_p = \rho_m v_m + \rho_k v_k$ ;  $\rho_m = 2 \text{ г/см}^3$ ;  $\rho_k = 1 \text{ г/см}^3$  - плотности

мелкой и крупной взвеси.

Показатель рассеяния назад дается формулой<sup>†)</sup>

$$\beta(\lambda) = \beta_w(\lambda) + \beta_p^0(\lambda, \eta) C_p; \quad (89)$$

где

$$\beta_w(\lambda) = \frac{1}{2} \beta_w(\lambda); \quad \beta_p^0(\lambda) = \left[ \frac{2381}{\lambda^{1,7}} \eta + \frac{1,317 \cdot 10^{-3}}{\lambda^{0,3}} (1-\eta) \right] \frac{1}{(1+\eta)}; \quad (90)$$

- удельный показатель рассеяния назад на частицах взвеси [63].

Спектральный ход компонент показателей поглощения и рассеяния показан на рис.4.

Малопараметрическая модель оптических свойств морской воды.

Как видно из формул (84)-(90), первичные оптические характеристики морской воды зависят от четырех параметров:  $C_x$ ,  $C_Y$ ,  $C_p$  и  $\eta$ . Однако многочисленные натурные измерения, выполненные в различных открытых районах Мирового океана, выявили ряд значимых регрессионных зависимостей между некоторыми гидрооптическими характеристиками и содержанием взвешенных и растворенных в морской воде веществ (см., например, главу 7). Существование этих регрессионных зависимостей является, повидимому, косвенным свидетельством наличия связей между концентрациями взвешенных и растворенных в морской воде веществ [67]. В работе [139] на основе использования эмпирической зависимости между индексом цвета и концентрацией пигментов фитопланктона, предложенной в [8], получены следующие связи

$$C_Y = 3,46 C_x^{1,15}; \quad (91)$$

$$\eta = 0,023 C_x^{0,1}; \quad (92)$$

Соотношения (91) и (92) вместе с полученной в [159] регрессионной зависимостью

$$C_p = 0,5 C_x^{0,75}; \quad (93)$$

†) В формуле (89) не учтено влияние турбулентности среды на  $\beta_w$  и  $\beta_p$ . Учет турбулентных пульсаций может привести к увеличению показателя рассеяния назад  $\beta$  до 2 раз [24].

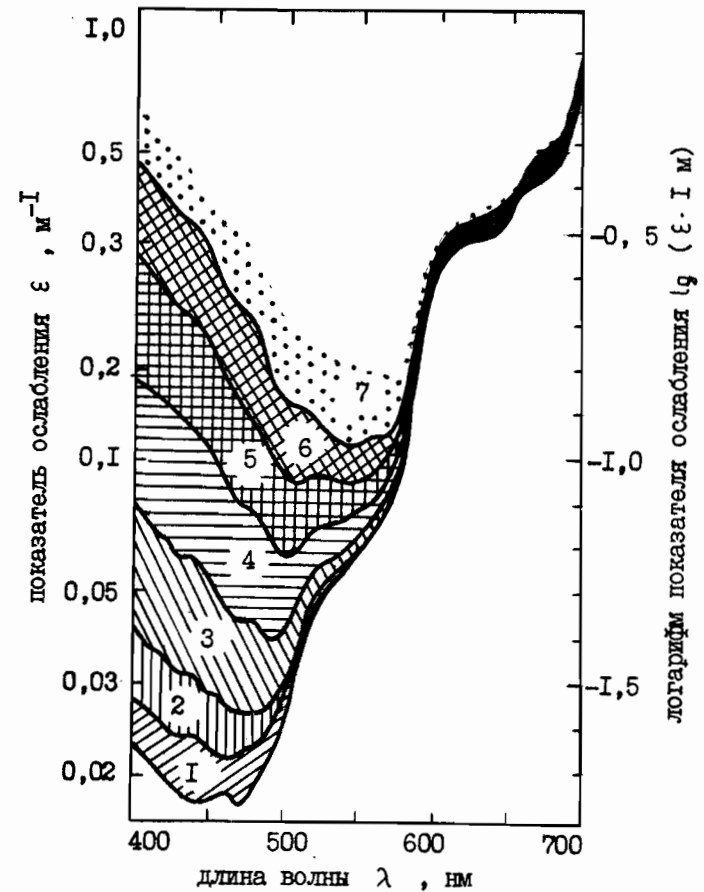


Рис.5. Спектральные зависимости показателя ослабления света  $\epsilon$ , соответствующие семи океанским типам вод (цифры на поле рисунка) по классификации [83] (см. также табл.7.1). Значения  $\epsilon$ , соответствующие границам типов вод, рассчитаны по модели оптических свойств морской воды § 5.

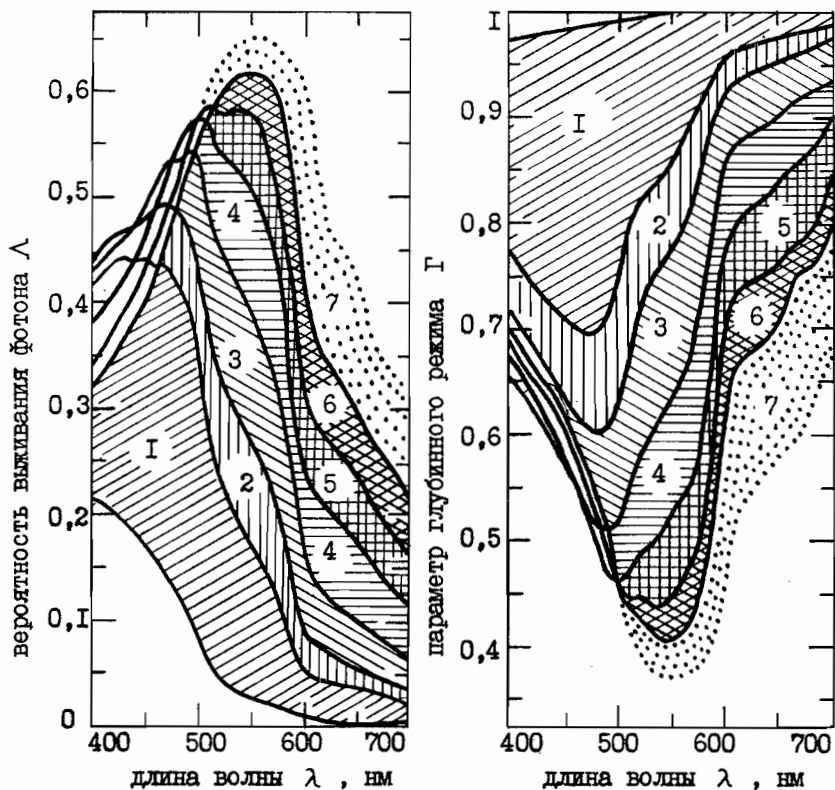


Рис.6 (слева). Спектральные зависимости вероятности выживания фотона  $\Lambda$  для семи типов вод по классификации [83] (цифры на поле рисунка). Значения  $\Lambda$ , соответствующие границам типов вод, рассчитаны по модели оптических свойств морской воды § 5.

Рис.7 (справа). Спектральные зависимости параметра глубинного режима  $\Gamma$  для семи типов вод по классификации [83] (цифры на поле рисунка). Значения  $\Gamma$ , соответствующие границам типов вод, рассчитаны по модели оптических свойств морской воды § 5. Для чистой морской воды (верхняя линия поля I)  $\Gamma$  оценивался по формуле:  $\Gamma = \sqrt{1 - \Lambda^2}$

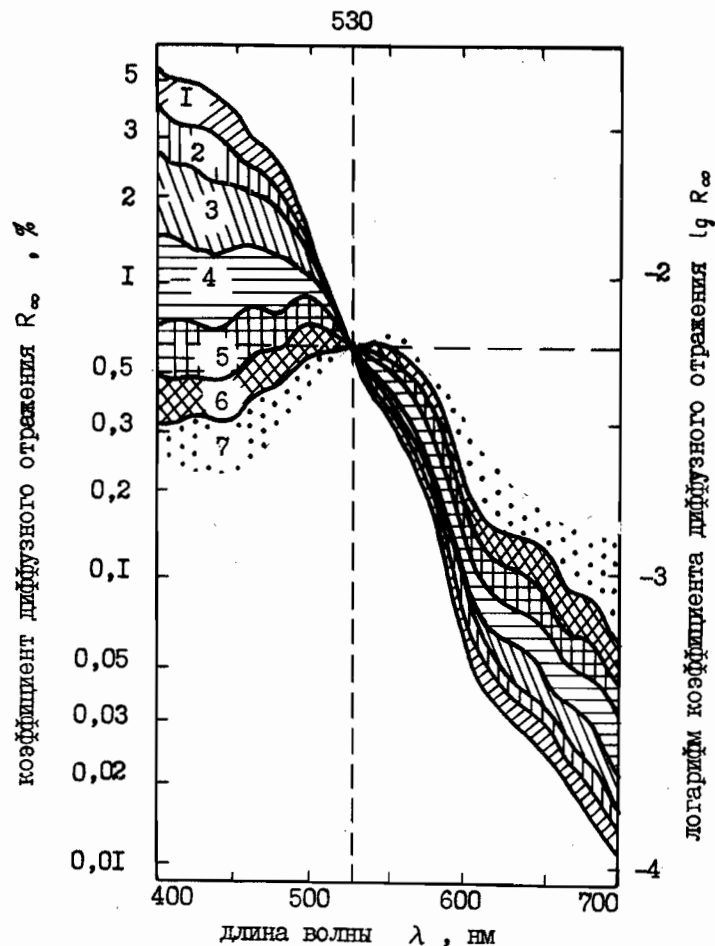


Рис.8. Спектральные зависимости коэффициента диффузного отражения  $R_\infty$ , соответствующие семи океанским типам вод (цифры на поле рисунка) по классификации [83]. Значения  $R_\infty$ , соответствующие границам типов вод, рассчитаны по формулам (43), (29) и модели оптических свойств морской воды § 5. На рисунке хорошо просматривается диапазон квазистабильности [118] коэффициента диффузного отражения океана при  $\lambda \approx 530$  нм.

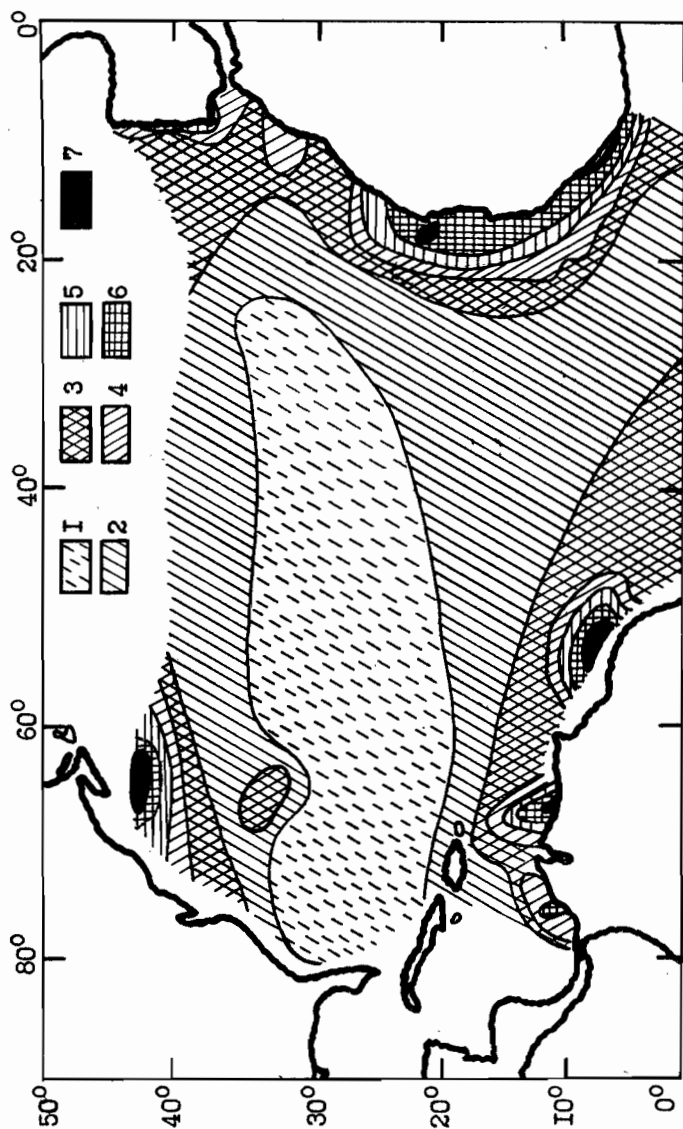


Рис.9. Распределение оптических типов вод по классификации [83], соответствующих табл.7.1 и рис.5-8, по акватории северной части Атлантического океана [93]

позволяет на основе формул (84)-(90) предложить предварительный вариант однопараметрической модели оптических свойств морской воды, в которой первичные гидрооптические характеристики зависят только от одного параметра - концентрации пигментов фитопланктона (хлорофилла). Эта модель будет в дальнейшем уточняться за счет более полного учета экспериментально полученных зависимостей между различными гидрооптическими характеристиками.

Оптическая классификация и региональное распределение оптических типов морских вод.

В 1980 г. В.И.Маньковским на основе обобщения данных отдела оптики МИИ АН УССР была предложена удобная для использования при дистанционном изучении океана оптическая классификация морских и океанских вод [83]. В качестве основного параметра классификации использовался индекс цвета  $\gamma = L(550)/L(440)$  (см. формулу (70)), хорошо коррелирующий с концентрацией пигментов фитопланктона в верхнем слое моря [8]. В табл.7.1, составленной с использованием результатов работы [83], приводятся пределы изменения гидрооптических параметров и параметров оптической модели морской воды, соответствующие семи основным типам морских и океанских вод.

На рис.5-8 показаны рассчитанные по формулам (84)-(90), (43) и (30) спектральные зависимости показателя ослабления  $\xi$ , вероятности выживания фотона  $\Lambda = 6/\xi$ , параметра глубинного режима  $\Gamma$  и КДО  $R_\infty$  для пределов изменений  $C_x$ , соответствующих типам вод классификации [83]. Рис.9 иллюстрирует распределение оптических типов вод по акватории Атлантического океана [93].

#### § 6. Вторичные гидрооптические характеристики морской толщи при комбинированном освещении ее поверхности

При восстановлении концентраций взвешенных и растворенных в морской воде веществ по данным контактных и дистанционных измерений в видимом диапазоне спектра большое значение имеет точность аналитических выражений, связывающих вторичные гидрооптические характеристики с первичными гидрооптическими характеристиками морской воды. Коэффициент диффузного отражения морской



толщи, показатели ослабления восходящего и нисходящего световых потоков являются вторичными гидрооптическими характеристиками [41] и зависят не только от оптических характеристик воды, но и от условий освещения поверхности моря [66]. При обработке полученных в натурных условиях спектров вторичных гидрооптических характеристик как правило считают, что КДО моря и другие параметры не зависят от условий освещения. Такое предположение вносит некоторую систематическую погрешность, ухудшающую точность восстановления первичных гидрооптических характеристик морской толщи по контактному и дистанционно измеренным данным. Для исследования влияния характера освещения поверхности моря в данном параграфе вычисляются вторичные гидрооптические характеристики однородного моря как функции оптических параметров среды и параметров атмосферы.

Пусть однородное оптически бесконечно глубокое море освещается диффузным светом небосвода и прямыми лучами Солнца. Согласно закону Снеллиуса солнечные лучи входят в воду под углом  $\arcsin \mu_s$  от нормали к поверхности, где

$$\mu_s = \sqrt{1 - \cos^2 h_0 / n^2} ; \quad (94)$$

$n$  - показатель преломления морской воды;  $h_0$  - высота Солнца. Для случая прямого солнечного освещения в направлении  $(\mu_s, \varphi_s)$  КДО моря дается формулой (48). Ограничиваясь случаем квазиизотропного рассеяния в заднюю полусферу, для которого  $\psi(\mu_s) = B$ , получим

$$R_s = (1 - \bar{\mu})^2 / [1 + \mu_s \bar{\mu} (4 - \bar{\mu}^2)] \quad (95)$$

Формула для КДО при комбинированном освещении поверхности моря прямым солнечным светом и рассеянным светом небосвода может быть получена [129, 130] из выражений (35), (36)

$$R_c = (R_\infty + q_s \mu_s R_s) / (1 + q_s \mu_s) ; \quad (96)$$

где  $R_\infty$ ,  $R_s$  даются формулами (43), (95);  $q_s = E_s / E_q^0$  - отношение прямой радиации к диффузной сразу под поверхностью моря;  $E_s$  - освещенность прямым солнечным светом, прошедшим границу раздела воздух-вода, площадки, перпендикулярной его лучам;  $E_q^0$  - освещенность горизонтальной площадки при  $Z = +0$  диффуз-

ным светом небосвода.

Величина  $q_s$  зависит от высоты Солнца  $h_0$  (или зенитного угла Солнца  $Z_0 = \pi/2 - h_0$ ), оптических параметров атмосферы и отражающих свойств границы раздела море-атмосфера. Она может быть рассчитана [130] по формуле, которую легко вывести воспользовавшись результатами работ [86, 162]

$$q_s(Z_0, \tau_R, \tau_A, B_A) = \left[ \frac{1 - \rho_F(Z_0)}{T_D} \right] q_M(Z_0, \tau_R, \tau_A, B_A) ; \quad (97a)$$

$$q_M(Z_0, \tau_R, \tau_A, B_A) = \left\{ \frac{\exp[(\tau_R + \tau_A) \sec Z_0]}{1 + [0,5\tau_R + B_A \tau_A] \sec Z_0} - 1 \right\}^{-1} ; \quad (97b)$$

здесь  $q_M$  - отношение прямой радиации к диффузной сразу над поверхностью моря;  $\rho_F(Z_0)$  - френелевский коэффициент отражения солнечных лучей, входящих в воду под углом  $Z_0$  к вертикали (см. табл.2 и формулу (3.7));  $T_D$  - пропускание диффузного света небосвода границей раздела воздух-вода:  $T_D = 1 - \rho_D$ ,  $\rho_D$  приводится в табл.2;  $\tau_R$ ,  $\tau_A$  - соответственно, релеевская и аэрозольная оптические толщины атмосферы;  $B_A$  - вероятность рассеяния назад на частицах аэрозоля. Порядки величин и спектральные зависимости параметров атмосферы над морем приводятся в главе 3.

Решения (35), (36) системы уравнений (22) для случая  $\psi(\mu_s) = B$  и комбинированного освещения позволяют получить выражения для восходящего  $E_\uparrow = E_2$  и полного нисходящего  $E_\downarrow = E_1 + \mu_s E_s \exp(-\alpha Z / \mu_s)$  потоков оптического излучения

$$E_\uparrow(Z) = E_q^0 [R_\infty + \mu_s q_s R_s - \mu_s q_s W_2 P(Z)] \exp(-\alpha_\infty Z) ; \quad (98)$$

$$E_\downarrow(Z) = E_q^0 [1 + \mu_s q_s - \mu_s q_s W_1 P(Z)] \exp(-\alpha_\infty Z) ; \quad (99)$$

где

$$W_1 = 1 - R_0 (R_t - R_s) / (1 - R_0 R_\infty) ; \quad (100)$$

$$W_2 = (R_s - R_t R_0 R_\infty) / (1 - R_0 R_\infty) ; \quad (101)$$

$$R_t = \beta (1 + R_0^{-1}) / (\alpha_s \mu_s), \quad \alpha_s = \alpha / \mu_s - \alpha_\infty ; \quad (102)$$

$$P(Z) = 1 - \exp(-\alpha_s Z). \quad (103)$$



Проанализируем выражения (98), (99). Из (102) видно, что  $R_t$  имеет полюс при  $\alpha_s = 0$ . Раскрывая неопределенность, получим

$$E_{\uparrow}(z) = E_q^0 \left[ R_{\infty} + \mu_s q_s R_s + \beta q_s \frac{R_{\infty}(1+R_0)}{1-R_0 R_{\infty}} z \right] e^{-\alpha_{\infty} z}, \quad \alpha_s = 0; \quad (104)$$

$$E_{\downarrow}(z) = E_q^0 \left[ 1 + \mu_s q_s R_s + \beta q_s \frac{1+R_0}{1-R_0 R_{\infty}} z \right] e^{-\alpha_{\infty} z}, \quad \alpha_s = 0; \quad (105)$$

Формулы (104), (105) необходимо учитывать при расчете гидрооптических характеристик на ненулевой глубине  $z \neq 0$ .

Выражения (98), (99) позволяют получить формулы для следующих вторичных гидрооптических характеристик однородного моря при комбинированном освещении: пропускания  $\tau(z)$  слоя морской воды, расположенного над горизонтом  $z = \text{const}$ , коэффициента диффузного отражения  $R(z)$ , измеренного на глубине  $z$ , и показателей ослабления нисходящего  $\alpha_{\downarrow}$  и восходящего  $\alpha_{\uparrow}$  световых потоков. Согласно определению [106]

$$\tau(z) = E_{\downarrow}(z) / (E_q^0 + \mu_s E_s); \quad (106)$$

$$R(z) = E_{\uparrow}(z) / E_{\downarrow}(z) \quad (107)$$

$$\alpha_{\downarrow}(z) = -\frac{\partial}{\partial z} \ln \tau(z); \quad (108)$$

$$\alpha_{\uparrow}(z) = -\frac{\partial}{\partial z} \ln [R(z)\tau(z)]. \quad (109)$$

Выполнив необходимые преобразования, получим

$$\tau(z) = [1 - W_1 q_t p(z)] \exp(-\alpha_{\infty} z); \quad (110)$$

$$R(z) = [R_c - W_2 q_t p(z)] / [1 - W_1 q_t p(z)]; \quad (111)$$

$$\alpha_{\downarrow}(z) = \alpha_{\infty} + W_1 q_t \alpha_s [1 - p(z)] / [1 - W_1 q_t p(z)]; \quad (112)$$

$$\alpha_{\uparrow}(z) = \alpha_{\infty} + W_2 q_t \alpha_s [1 - p(z)] / [R_c - W_2 q_t p(z)]; \quad (113)$$

где

$$q_t = q_s \mu_s / (1 + \mu_s q_s)$$

При  $\alpha_s = 0$  в (110)–(113) необходимо раскрыть неопределенность.

Вводя дополнительное обозначение

$$\alpha = \beta q_s (1 + R_0) / [(1 - R_0 R_{\infty})(1 + q_s \mu_s)];$$

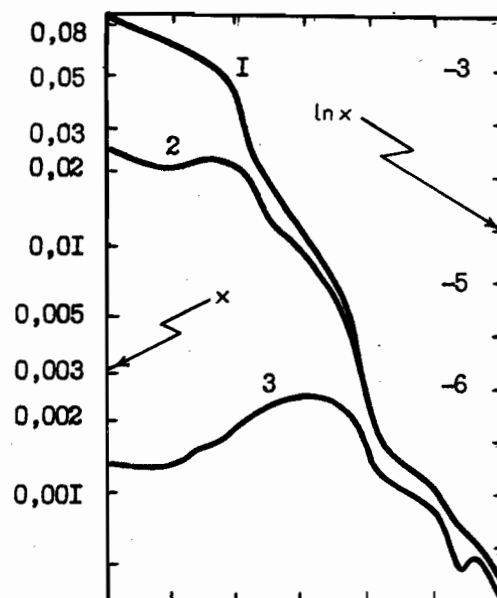


Рис.10. Зависимость параметра Гордона  $x$  от длины волны для трех типов вод. Цифры означают следующие четверки параметров ( $C_x$ ;  $C_y$ ;  $C_p$ ;  $\eta$ ):  
1 - (0,05;0,1;0,05;0,02)  
2 - (0,3;0,85;0,2;0,03),  
3 - (5,0;20;1,5;0,1).

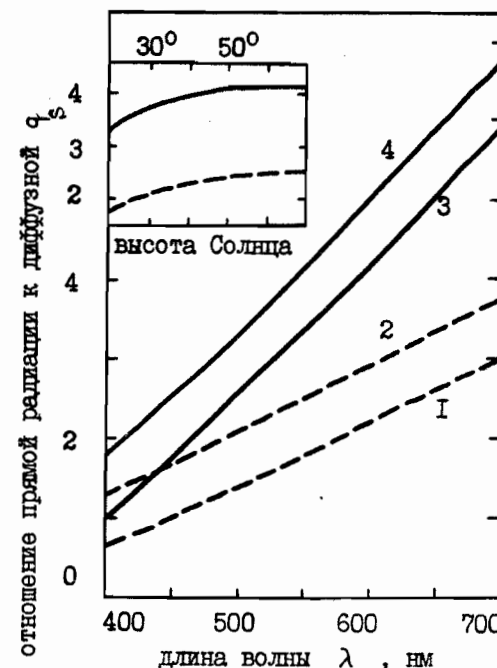


Рис.11. Спектральная зависимость отношения прямой радиации к диффузной сразу под поверхностью моря. Цифры означают следующие значения высоты Солнца и аэрозольной оптической толщины атмосферы:  
1 - (20°;0,2), 2 - (70°;0,2), 3 - (20°;0,1),  
4 - (70°;0,1).  
На врезке: Зависимость  $q_s(550\text{нм})$  для  $\tau_0 = 0,2$  (штриховая линия) и  $\tau_0 = 0,1$  (сплошная линия) от высоты Солнца. Спектральный ход  $\tau_A(\lambda)$  оценивался по формуле (3.43).

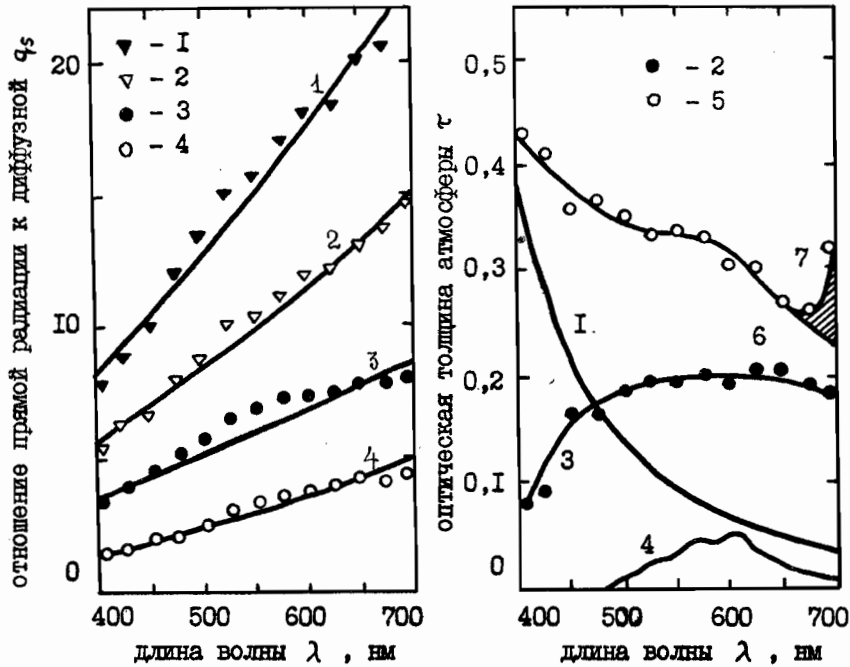


Рис.12 (слева). Типичные примеры спектральных зависимостей отношения прямой радиации к диффузной сразу над поверхностью моря  $q_s$ , измеренные в 7 рейсе НИС "Профессор Колесников" [140]. Цифры означают следующие номера станций и зенитные углы Солнца ( $\lambda; Z_{\odot}$ ): 1 - (638;  $45^{\circ}$ ); 2 - (638;  $65^{\circ}$ ); 3 - (559;  $40,7^{\circ}$ ); 4 - (560;  $53,6^{\circ}$ ).

Рис.13 (справа). Оптические толщины атмосферы на суточной станции № 638 [140]: 1 -  $\tau_R$ ; 2 -  $\tau_A$ , восстановленная по данным 1 и 2 рис.12; 3 - регрессионная кривая типа (3.23) для  $\tau_A$ ; 4 -  $\tau_{O_3}$  (для содержания озона 0,33 атмо-см); 5 - полная оптическая толщина атмосферы  $\tau$ ; 6 -  $\tau_R + \tau_A + \tau_{O_3}$ ; 7 (заштриховано) -  $\tau_{H_2O}$ , соответствующая, по видимому, поглощению парами  $H_2O$ .

получим

$$T(z) = (1 + dz) \exp(-\alpha_{\infty} z), \quad \alpha_s = 0; \quad (II4)$$

$$R(z) = (R_c + R_{\infty} dz) / (1 + dz), \quad \alpha_s = 0; \quad (II5)$$

$$\alpha_{\downarrow}(z) = \alpha_{\infty} - d / (1 + dz), \quad \alpha_s = 0; \quad (II6)$$

$$\alpha_{\uparrow}(z) = \alpha_{\infty} - d R_{\infty} / (R_c + R_{\infty} dz); \quad \alpha_s = 0; \quad (II7)$$

При  $\kappa z \gg 1$  наступает глубинный режим, в котором

$$R(\infty) = \begin{cases} R_{\infty} & , \alpha_s \geq 0; \\ W_2 / W_1 & , \alpha_s < 0; \end{cases} \quad (II8)$$

$$\alpha_{\uparrow}(\infty) = \alpha_{\downarrow}(\infty) = \begin{cases} \alpha_{\infty} & , \alpha_s \geq 0; \\ \alpha / \mu_s & , \alpha_s < 0; \end{cases} \quad (II9)$$

Формулы (II0)-(II7) позволяют рассчитать вторичные гидрооптические характеристики однородного океана при комбинированном освещении его поверхности.

Исследуем зависимость КДО моря  $R_c$  от параметра  $\kappa = \beta / (\kappa + \beta)$ , атмосферного параметра  $q_s$  и высоты Солнца  $h_{\odot}$ . Первичные гидрооптические характеристики морской воды  $\beta$  и  $\kappa$  зависят от концентраций взвешенных и растворенных в морской воде веществ (см. § 5). Рис.10 иллюстрирует порядок величины и спектральную зависимость параметра  $\kappa$  для трех типов морских вод: олиготрофной (1), мезотрофной (2) и эвтрофной (3). На рис.11 изображены рассчитанные по данным главы 3 и формуле (976) спектральные зависимости параметра  $q_s$ . Для сравнения на рис.12 показаны измеренные с судна значения  $q_s(\lambda, h_{\odot})$ , соответствующие оптическим толщинам атмосферы, показанным на рис.13. Данные рис.10-13 позволяют оценить диапазон изменения величин  $\kappa, q_s$ . Для дальнейшего анализа используем следующие значения этих параметров:  $\kappa = 0,05; 0,08; 0,15; q_s = I; 7$ .

На рис.14 показана зависимость КДО  $R_c$  от высоты Солнца. Видно, что  $R_c$  может отличаться от  $R_{\infty}$  на величину порядка 20% и более. При высотах Солнца  $h_{\odot} < h_{\odot}^{(1)}$ , где

$$h_{\odot}^{(1)} = \arccos [n \sqrt{1 - (2 - \mu)^{-2}}],$$

$R_c$  превышает  $R_{\infty}$ , а при  $h_{\odot} > h_{\odot}^{(1)}$ ,  $R_c < R_{\infty}$ .

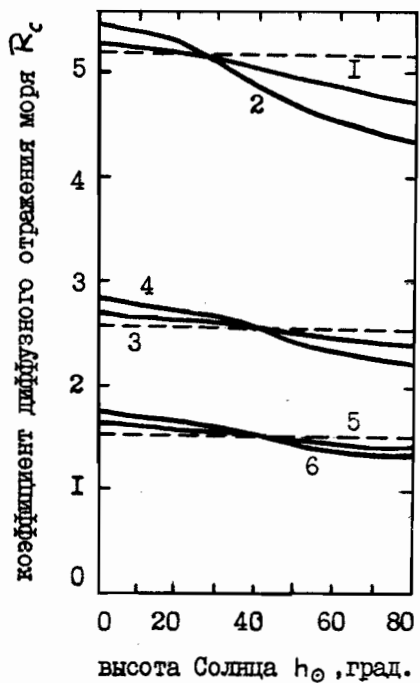


Рис.14. Зависимость коэффициента диффузного отражения моря  $R_c$  от высоты Солнца  $h_{\odot}$ . Сплошным кривым соответствуют следующие пары значений параметров  $(x; q)$ : 1 - (0,15; 1); 2 - (0,15; 7); 3 - (0,08; 1); 4 - (0,08; 7); 5 - (0,05; 1); 6 - (0,05; 7). Штриховые линии соответствуют значениям КДО  $R_{\infty}$  при диффузном освещении.

Моделирование спектральной изменчивости вторичных гидрооптических характеристик.

Модель оптических свойств морской воды, изложенная в § 5, и полученные выше аналитические формулы позволяют рассчитать спектральные зависимости вторичных гидрооптических характеристик  $R_c$ ,  $T(z)$ ,  $R(z)$  и др. [112, 136]. На рис.15-17 показаны зависимости КДО трех разных водных толщ от условий освещения. Рис.18 иллюстрирует зависимость пропускания, а рис.19 - нормированной яркости восходящего излучения от глубины и высоты Солнца.

Из рис.15-17 видно, что условия освещения сказываются не только на величине, но и на форме спектральной кривой  $R_c(\lambda)$  (см. также работу [66] и гл.6). Следовательно, дистанционное восстановление концентрации пигментов фитопланктона по спектрам КДО и КЯ в предположении их независимости от параметров атмосферы и высоты Солнца может привести к дополнительным опи-

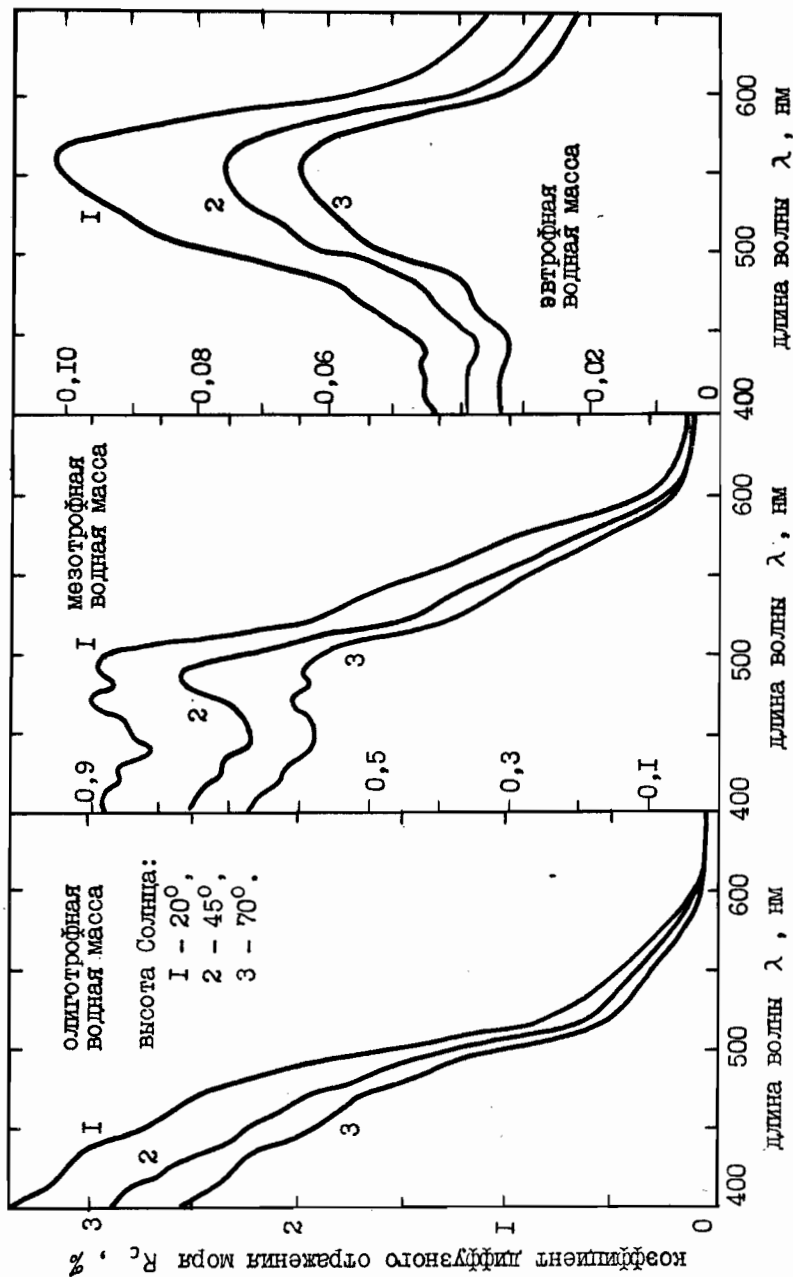


Рис.15

Рис.16

Рис.17

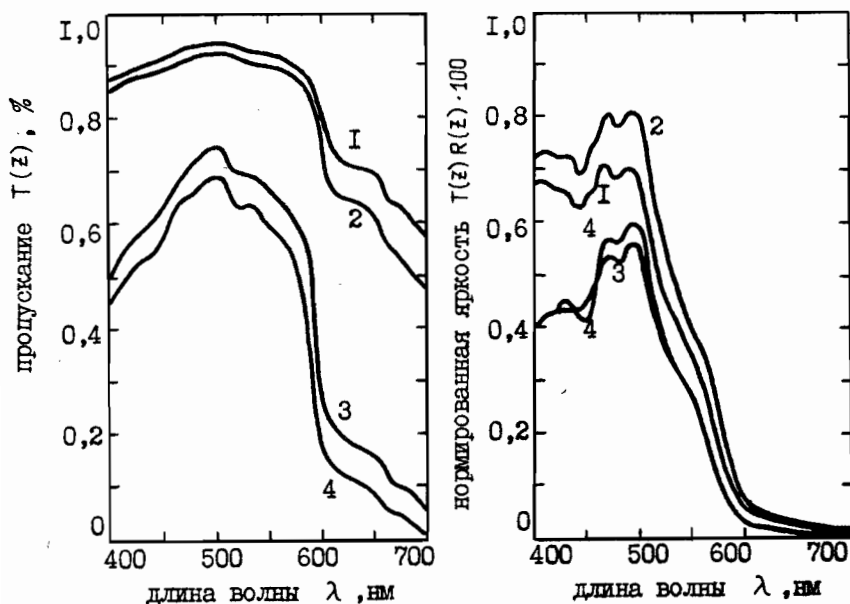


Рис.18 (слева). Спектральная зависимость пропускания мезотрофного слоя морской воды. Цифры означают следующие пары значений глубин (в метрах) и высот Солнца (в градусах) ( $Z; h_{\odot}$ ): 1 - (1; 70); 2 - (1; 20); 3 - (5; 70); и 4 - (5; 20).

Рис.19 (справа). Спектральная зависимость нормированной яркости излучения, восходящего в толще мезотрофной морской воды. Цифры означают то же, что и на рис.18.

Мезотрофная водная масса, оптические характеристики которой представлены на рис.18, 19, содержит следующие величины концентраций взвешенных и растворенных веществ:  $C_x = 0,3 \text{ мг/м}^3$ ;  $C_y = 0,85$ ;  $C_p = 0,2 \text{ г/м}^3$ ;  $\eta = 0,02$ . Аэрозольная оптическая толщина атмосферы рассчитывалась по формуле (3.43) с  $\tau_0 = 0,025$ .

Примечание к рис.15-17: Водные массы, КДО которых изображены на рисунках, характеризуются теми же значениями концентраций, что и кривые 1, 2 и 3 рис.10.

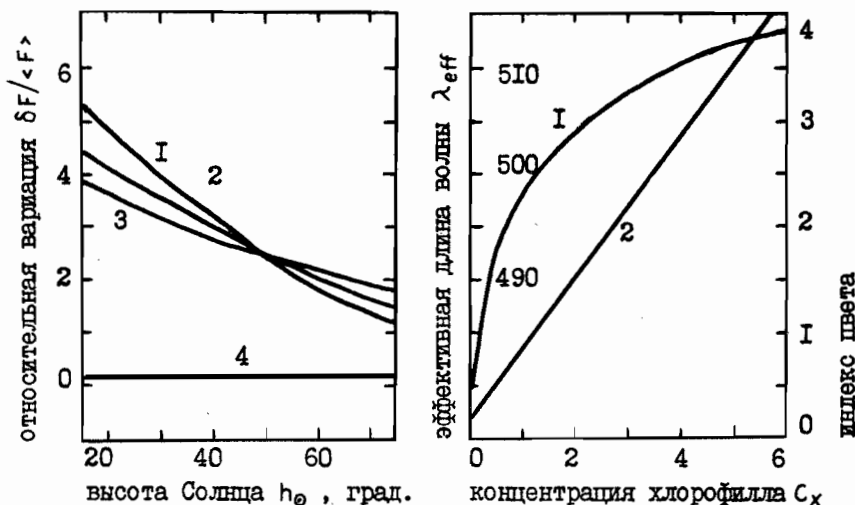


Рис.20 (слева). Зависимость относительного отклонения индекса цвета (кривые 1-3) и эффективной длины волны (4) от высоты Солнца. За средние значения параметров  $\langle F \rangle$  взяты их величины при диффузном освещении. Кривым 1-3 соответствуют следующие значения аэрозольной оптической толщины  $\tau_0 = \tau_A(745)$ : 0,025(1); 0,05(2); 0,1(3).  $\tau_A(\lambda)$  восстанавливалась по формуле (3.43), ее влияние на зависимость (4) пренебрежимо мало.

Рис.21 (справа). Зависимость эффективной длины волны (1) и индекса цвета (2) от концентрации пигментов фитопланктона и феофитина.

бкам. Для устранения этого недостатка представляется разумным найти такой дистанционно измеримый параметр, который существенно зависел бы от  $x$  (и, следовательно, от  $C_x$ ) и слабо - от высоты Солнца и параметров атмосферы.

Исследования, выполненные авторами работы [145] показали, что в качестве такого параметра можно выбрать величину

$$\lambda_{\text{eff}}(\lambda_1 | \lambda_2) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \phi(\lambda) \lambda d\lambda / \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \phi(\lambda) d\lambda \quad (120)$$

названную эффективной длиной волны по фотометрической характеристике  $\phi(\lambda)$  [103]. В качестве  $\phi(\lambda)$  могут быть выбраны, на-

пример, яркость, облученность, КДО, КЯ;  $\lambda_{eff}$  по яркости или облученности имеет физический смысл величины, обратно пропорциональной средней энергии кванта излучения  $\langle \lambda_1 | \epsilon_\lambda | \lambda_2 \rangle$  в спектральном диапазоне от  $\lambda_1$  до  $\lambda_2$  :  $\lambda_{eff}(\lambda_1 | \lambda_2) = 2\pi \hbar c / \langle \lambda_1 | \epsilon_\lambda | \lambda_2 \rangle$ , где  $\hbar$  - постоянная Планка,  $c$  - скорость света.

Итак, теоретическая модель, представленная в данном параграфе, позволяет рассчитать  $\lambda_{eff}$  для различных типов вод и условий освещения. Рис.20, 21 иллюстрируют слабую чувствительность  $\lambda_{eff}$  (4001R<sub>c</sub> 1700) от условий освещения и высокую корреляцию этой величины с содержанием пигментов  $C_X$ , что подтверждает сделанные в [145] и гл.7 рекомендации об использовании эффективной длины волны в качестве параметра, характеризующего оптический тип дистанционно изучаемых вод.

### § 7. Учет границы раздела море-атмосфера

Границу раздела море-атмосфера учтем с помощью формулы, связывающей диффузное альbedo океана с его коэффициентом диффузного отражения

$$A_D = \rho_D f_D + T_U T_d R / (1 - \rho_U R) ; \quad (I21)$$

здесь  $R$  - КДО толщи океана;  $\rho_D$  - френелевский коэффициент отражения диффузного света небосвода поверхностью моря;

$$f_D(z_0) = 1 - [1 + (0,5\tau_R + B_A \tau_A) \sec z_0] \exp[-(\tau_R + \tau_A) \sec z_0] ; \quad (I22)$$

- отношение диффузной радиации к суммарной (см. § 6);  $z_0$  - зенитный угол Солнца;

$$T_d = 1 - \rho_D f_D - \rho_F(z_0)(1 - f_D) ; \quad (I23)$$

- пропускание границей раздела воздух-вода суммарного излучения Солнца и небосвода;  $\rho_F(z_0)$  - френелевский коэффициент отражения направленного излучения Солнца;  $T_U = 1 - \rho_U$  - пропускание границей раздела вода-воздух диффузного излучения, рассеянного толщей моря вверх;  $\rho_U$  - соответствующий коэффициент отражения. Пропускание  $T_U$  света, идущего из толщи океана, можно выразить через пропускание  $T_D$  диффузного света, прони-

кающего из воздуха в море [32, 181]

$$n^2 T_U = T_D = 1 - \rho_D . \quad (I24)$$

Поверхностный коэффициент яркости моря может быть записан в виде

$$q_S(\varphi, \vartheta) = A_D + \pi q_M \rho_F(z_0) \delta(\pi + \varphi_0 - \varphi) \delta(\cos z_0 - \cos \vartheta) ; \quad (I25)$$

где  $\varphi_0$ ,  $z_0$  - азимутальный и зенитный углы Солнца;  $\delta$  - дельта-функция Дирака;  $q_M$  - отношение прямой радиации к диффузной сразу над поверхностью моря (см. формулу (976)).

Полное альbedo моря может быть получено из (I25)

$$A_S = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} q_S(\varphi, \vartheta) \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta . \quad (I26)$$

Выполнив интегрирование и пренебрегая малой для открытых морских акваторий величиной  $\rho_D R \ll 1$ , получим

$$A_S = A_D + q_M \rho_F \cos z_0 \quad \text{или}$$

$$A_S = \rho_D f_D + \rho_F(z_0)(1 - f_D) + \frac{T_d(1 - \rho_D)}{n^2} R . \quad (I27)$$

Учет шероховатости взволнованной поверхности моря изменяет френелевские коэффициенты отражения диффузного и направленного света. Влияние скорости ветра на  $\rho_F$  и  $\rho_U$  изучено в работах [88, 170]. Ниже в табл.2 приводятся коэффициенты  $\rho_F(z_0)$ ,  $\rho_U$  и  $\rho_D$  как функции  $z_0$  и скорости ветра [157]. Величина  $\rho_D$  рассчитана нами по формуле (I24).

Учет влияния пены, возникающей на поверхности моря при волнении свыше трех баллов выполнен в главе 4 (см. также работы [68, 168, 187, 213].

### Заключение

Изложенный в главе приближенный аналитический метод решения уравнения переноса оптического излучения в анизотропно рассеивающих средах позволяет получить весьма точные решения для таких интегральных характеристик рассеивающей среды как коэффициент диффузного отражения и коэффициент яркости полу-

Таблица 2

для  $n = 1,341$

$z_0$	скорость ветра м/сек				$h_0$
	0	4	10	16	
0	0,0211	0,0211	0,0212	0,0212	90
10	0,0211	0,0212	0,0213	0,0214	80
20	0,0213	0,0214	0,0217	0,0220	70
30	0,0222	0,0226	0,0232	0,0239	60
40	0,0253	0,0262	0,0276	0,0291	50
50	0,0346	0,0366	0,0394	0,0420	40
60	0,0610	0,0646	0,0686	0,0709	30
70	0,1354	0,1365	0,1316	0,1247	20
80	0,3502	0,2919	0,2371	0,2046	10
90	1,0000	0,4934	0,3642	0,3002	0
$q_u$	0,485	0,478	0,470	0,463	$q_u$
$q_D$	0,074	0,061	0,047	0,034	$q_D$

бесконечного слоя. Этот метод может быть использован для расчета световых потоков в мутных средах с произвольными значениями оптических характеристик  $\kappa$ ,  $b$  и  $\beta$ . Для сред с большой анизотропией рассеяния ( $B \leq 0,02$ ) и произвольными значениями  $\Lambda$  и для сред с  $\Lambda \geq 0,7$  и произвольным  $B$  (см. рис.3) точность вычисления по предложенным формулам приближается к точности вычисления этих величин численными методами. Полученные в главе формулы могут быть использованы для конкретных расчетов световых потоков не только в толще моря, но и в таких анизотропно рассеивающих средах как стекла, краски, лаки.

Дальнейшее уточнение метода, изложенного в главе, связанное с более точной аппроксимацией индикатрисы рассеяния либо с поиском дальнейших приближений, следует признать, по нашему мнению, малоперспективным, поскольку этот путь ведет к резкому увеличению громоздкости результатов. Перспектива, повидимому, принадлежит способам, основанным на разложении решения по собственным сингулярным функциям уравнения переноса [55], и развитию методов, связанных с точными решениями уравнения переноса [55, 134].